

## 12. Übungsblatt zur Vorlesung Algorithmische Graphentheorie (Sommer 2020)

### Aufgabe 1 – Leichte Kreise

Gegeben sei ein gewichteter, ungerichteter planarer Graph  $G$ . (Sie können wie immer Algorithmen aus der ADS als Unterroutinen nützen.)

- a) Sei  $s$  ein Knoten in  $G$ . Finden Sie in  $O(n \log n)$  Zeit einen leichtesten Kreis durch  $s$ . Geben Sie den Algorithmus dazu in Worten an und begründen Sie Korrektheit sowie Laufzeit. **10 Zusatzpunkte**

*Hinweis:* Nutzen Sie Dijkstra von  $s$  ausgehend, und betrachten Sie die verschiedenen Teilbäume von  $s$  im entstehenden kürzeste-Wege-Baum. Wie sehen leichteste Kreise bezüglich dieser Teilbäumen aus?

- b) Finden Sie in  $O(n^{3/2} \log n)$  Zeit einen leichtesten Kreis in  $G$ ! Sie können dazu Teilaufgabe (a) benutzen, auch wenn Sie sie nicht gelöst haben. **5 Punkte**

*Hinweis:* Zerlegen Sie  $G$  geeignet.

### Aufgabe 2 – Separierende Kreise und Störgraphen

Geben Sie einen separierenden Kreis (inklusive Teilstücken und deren Einbettung) des Petersengraphen (Abbildung 1) und den dazugehörigen Störgraphen an.

**4 Punkte**

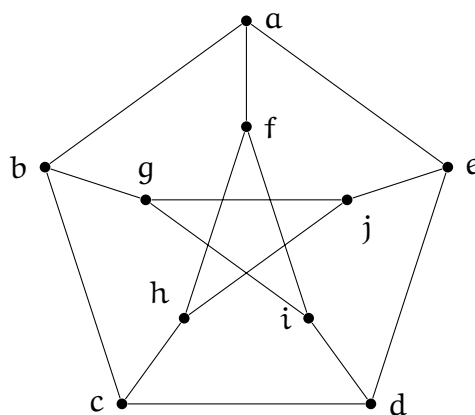


ABBILDUNG 1: Petersengraph

### Aufgabe 3 – Knotenzusammenhang

Sei  $P$  ein Teilstück eines zweifach knotenzusammenhängenden Graphen  $G$  bezüglich eines Kreises  $C$ .

Zeigen Sie: Der Graph  $C + P$  ist zweifach knotenzusammenhängend. **3 Punkte**

### Aufgabe 4 – Störgraph

Zeigen Sie: Ein zweifach knotenzusammenhängender Graph  $G$  mit separierendem Kreis  $C$  ist genau dann planar, wenn die zwei folgenden Bedingungen gelten:

(B1) Für jedes Teilstück  $P$  von  $G$  bezüglich  $C$  ist der Graph  $C + P$  planar.

(B2) Der Störgraph der Teilstücke von  $G$  bezüglich  $C$  ist bipartit.

**4 Punkte**

### Aufgabe 5 – Planarität

Zeigen Sie: Ein zweifach knotenzusammenhängender Graph ohne separierenden Kreis ist planar. **4 Punkte**

---

Bitte laden Sie Ihre Lösungen als pdf bis **Dienstag, 14. Juli 2020, 12:00 Uhr** im WueCampus-Kursraum beim entsprechenden Übungsblatt hoch. Geben Sie stets die Namen aller (bis zu 2) BearbeiterInnen an.

Begründen Sie stets Ihre Behauptungen und kommentieren Sie Ihren Pseudocode!

Aufgaben, die mit CPLEX gekennzeichnet sind, fordern das Erstellen und Lösen von linearen Programmen. Laden Sie Ihren kommentierten Quellcode auf WueCampus hoch. Der Quellcode sollte von der selben Person abgegeben werden, die auch die pdf hochgeladen hat. Wenn dies nicht der Fall sein sollte, vermerken Sie auf Ihrer Abgabe, welche BearbeiterIn den Quellcode hochgeladen hat.

Plagiate werden mit 0 Punkten für das ganze Übungsblatt gewertet.