

4. Übungsblatt

Vorlesung Approximationsalgorithmen (Winter 2017/18)

Aufgabe 1 – Greedy für MEHRWEGE-SCHNITT

Ein natürlicher Greedy-Algorithmus, um einen Mehrwege-Schnitt für gegebene Terminale s_1, \dots, s_k zu berechnen, ist der Folgende: Berechne ausgehend von G günstigste s_i - s_j -Schnitte für alle Paare s_i, s_j , die noch zusammenhängen, und entferne den leichtesten dieser Schnitte. Wiederhole dies bis alle Paare s_i, s_j getrennt sind.

Beweisen Sie, dass dieser Algorithmus eine Güte von $2 - 2/k$ hat.

10 Punkte

Aufgabe 2 – LP-Relaxierung für VERTEXCOVER

Betrachten Sie die folgende LP-Relaxierung für VERTEXCOVER auf einem Graphen $G = (V, E)$ mit Knotengewichten $c: V \rightarrow \mathbb{Q}^+$

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{v \in V} c(v)x_v \\ \text{s.t.} \quad & x_u + x_v \geq 1 \quad uv \in E \\ & x_v \geq 0 \quad v \in V. \end{aligned}$$

- a) Zeigen Sie, dass in jeder Extrempunktlösung dieser Relaxierung $x_v \in \{0, \frac{1}{2}, 1\}$ für alle $v \in V$ gilt. Gewinnen Sie aus dieser Eigenschaft einen Faktor-2-Approximationsalgorithmus für knotengewichtetes VERTEXCOVER. **6 Punkte**

Hinweis: Benutzen Sie, dass eine Lösung genau dann Extrempunktlösung ist, wenn Sie nicht als Konvexkombination zweier verschiedener anderer Lösungen ausgedrückt werden kann.

- b) Geben Sie einen Faktor- $\frac{3}{2}$ -Approximationsalgorithmus für planare Graphen an. **4 Punkte**

Hinweis: Verwenden Sie, dass sich für jeden planaren Graphen eine 4-Färbung in Polynomialzeit berechnen lässt.