

11. Übungsblatt zur Vorlesung Algorithmische Graphentheorie (Sommer 2026)

Aufgabe 1 – Maximal planare und nicht-planare Graphen

- a) Sei $G = (V, E)$ ein einfacher zusammenhängender planarer Graph mit $|V| \geq 3$. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:
- (i) Es gilt $|E| = 3|V| - 6$.
 - (ii) Es gibt kein Paar $u, v \in V$ von Knoten mit $\{u, v\} \notin E$, so dass $G + \{u, v\}$ planar ist.
 - (iii) In einer ebenen Zeichnung von G wird jede Facette von einem Kreis mit genau drei Kanten begrenzt.

6 Punkte

- b) Zeigen Sie, dass ein Graph $G = (V, E)$ mit $|E| \leq 3|V| - 6$ nicht notwendigerweise planar ist.

1 Punkt

Aufgabe 2 – Planare Zeichnungen

- a) Betrachten Sie die Graphen G_1 und G_2 in Abbildung 1. Entscheiden Sie für jeden dieser Graphen, ob er planar ist, und zeigen Sie die Korrektheit Ihrer Behauptung.

3 Punkte

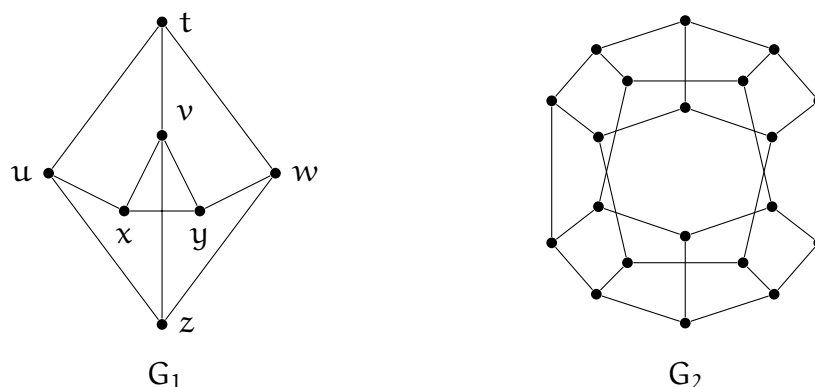


ABBILDUNG 1: Graphen für Aufgabe 2a).

- b) Gegeben sei eine Platine mit vier Bauelementen vom Typ A und fünf Elementen vom Typ B. Jedes Bauelement hat Anschlüsse für Leitungen auf beiden Seiten der Platine (Ober- und Unterseite). Ziel ist es, jedes Element vom Typ A mit jedem Element vom Typ B mit jeweils *einer* Leitung auf einer der beiden Seiten der Platine so zu verbinden, dass sich keine zwei Leitungen kreuzen.

Beweisen oder widerlegen Sie, dass dies möglich ist.

3 Punkte

- c) Ist es möglich die Leitungen geradlinig zu verlegen, ohne dass sich Leitungen kreuzen? Falls ja, geben Sie eine Skizze an

1 Punkt

Aufgabe 3 – Planare Graphen

- a) Sei $G = (V, E)$ ein Graph mit mindestens elf Knoten und sei $G' := (V, \binom{V}{2} \setminus E)$.

Zeigen Sie: Höchstens einer der beiden Graphen G und G' ist planar.

3 Punkte

- b) Zeigen Sie, dass der K_7 überschneidungsfrei auf die Oberfläche eines Torus (siehe Abbildung 2) gezeichnet werden kann.

Hinweis: Finden Sie eine Möglichkeit den Torus „aufzuschneiden“, so dass eine Fläche entsteht. Verteilen Sie die Knoten in geeigneter Weise und zeichnen Sie dann alle benötigten Kanten überschneidungsfrei ein.

3 Punkte

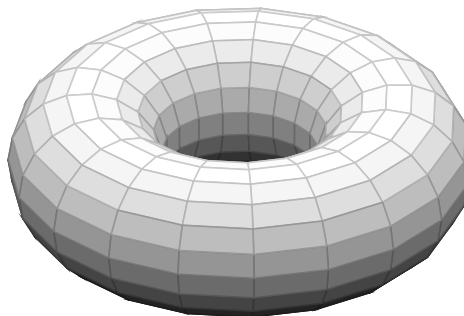


ABBILDUNG 2: Ein Torus.

Bitte geben Sie Ihre Lösungen bis **Dienstag, 7. Juli 2026, 13:00 Uhr** einmal pro Gruppe über WueCampus als PDF-Datei ab. Geben Sie stets die Namen aller an, die das Übungsblatt bearbeitet haben (max. 2).

Begründen Sie Ihre Behauptungen und kommentieren Sie Ihren Pseudocode!

Plagiate werden mit 0 Punkten für das ganze Übungsblatt gewertet.