Lehrstuhl für Informatik I
Algorithmen und Komplexität
Universität Würzburg

Würzburg, den 15. April 2026

Prof. Dr. Alexander Wolff
Antonio Lauerbach, M. Sc.

# 1. Übungsblatt zur Vorlesung Algorithmische Graphentheorie (Sommer 2026)

**Aufgabe 1 – Spannbäume & Breitensuche**

Begründen Sie jeweils, warum die Behauptung korrekt ist, oder widerlegen Sie die Behauptung anhand eines Gegenbeispiels.

Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph mit Kantengewichten $w\colon E \to \mathbb{N}$ und $s \in V$ ein ausgezeichneter Knoten.

a) Wenn $w(e) = 1$ für alle $e \in E$, dann ist jeder Breitensuchbaum mit Quelle $s$ ein minimaler Spannbaum von $G$. **2 Punkte**

b) Wenn $w(e) = 1$ für alle $e \in E$, dann ist jeder minimale Spannbaum von $G$ ein Breitensuchbaum mit Quelle $s$. **2 Punkte**

c) Wenn $w(e) \in \{1, 2, 3\}$ für alle $e \in E$, dann ist jeder minimale Spannbaum von $G$ ein Tiefensuchbaum mit Quelle $s$. **2 Punkte**

**Aufgabe 2 – Kreissuche**

Gegeben sei ein zusammenhängender ungerichteter Graph $G = (V, E)$. Wir interessieren uns hier für *einfache Kreise*, d. h. Kreise, die jede Kante höchstens einmal enthalten, mit einer Länge von mindestens 3.

Modifizieren Sie die Breitensuche so, dass der resultierende Algorithmus ermittelt, ob ein zusammenhängender Graph einen einfachen Kreis mit einer Länge von mindestens 3 enthält. Der modifizierte Algorithmus soll eine Laufzeit von $\mathcal{O}(|V|)$ aufweisen – im Gegensatz zur Breitensuche, die $\mathcal{O}(|V| + |E|)$ Zeit benötigt.

a) Geben Sie den Algorithmus in Worten und in Pseudocode an. **4 Punkte**

b) Zeigen Sie, dass Ihr Algorithmus die Anforderungen (d. h. Korrektheit und Laufzeit) erfüllt. **2 Punkte**

c) Erklären Sie, wie sich der Algorithmus auf nicht notwendigerweise zusammenhängende ungerichtete Graphen verallgemeinern lässt. **1 Punkt**

## Aufgabe 3 – Eulerwege

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die zusammenhängenden, ungerichteten Graphen, die einen Eulerkreis besitzen, genau diejenigen sind, in denen alle Knoten geraden Grad haben. Sie sollen nun eine ähnliche Aussage für Eulerwege zeigen. Beweisen Sie dazu die folgende Aussage:

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter, zusammenhängender Graph. Dann gilt: $G$ hat genau dann einen Eulerweg, wenn die Anzahl an Knoten $v \in V$, für die gilt, dass $deg(v)$ ungerade ist, genau 0 oder 2 ist.

Denken Sie daran, dass Sie eine Äquivalenz beweisen können, indem sie Implikationen in beide Richtungen zeigen.

**4 Punkte**

## Aufgabe 4 – Graphmodellierung

Modellieren Sie die folgende Fragestellung als Graphenproblem. Geben Sie dabei genau an, welche Objekte was in Ihrem Graphen darstellen.

Sie betreuen ein Projekt, das sich aus vielen vordefinierten Aufgaben zusammensetzt. Manche Aufgaben können erst erledigt werden, wenn bestimmte andere Aufgaben abgeschlossen sind. Für jede Aufgabe ist vorher genau bekannt, von welchen Aufgaben sie abhängt. Ihr Projektteam kann immer nur eine Aufgabe gleichzeitig bearbeiten und eine angefangene Aufgabe wird immer abgeschlossen bevor eine neue Aufgabe begonnen werden kann.

Wie können Sie alle Aufgaben des Projekts in eine geeignete Reihenfolge bringen?

**3 Punkte**

---

Bitte geben Sie Ihre Lösungen bis **Dienstag, 21. April 2026, 14:00 Uhr** einmal pro Gruppe über WueCampus als PDF-Datei ab. Geben Sie stets die Namen aller an, die das Übungsblatt bearbeitet haben (max. 2).

Begründen Sie Ihre Behauptungen und kommentieren Sie Ihren Pseudocode!

Plagiate werden mit 0 Punkten für das ganze Übungsblatt gewertet.