

10. Übungsblatt zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen (Winter 2025/26)

Aufgabe 1 – Klausurlösungen klauen

Sie haben von Kommilitonen gehört, dass die Lösungen zur diesjährigen ADS-Klausur in einem Turm gelagert werden. Um zu den Lösungen zu gelangen, müssen Sie n Stufen in einer bestimmten Reihenfolge hinaufsteigen. Werden die Stufen nicht in der richtigen Reihenfolge betreten, werden Sie automatisch an den Anfang zurückteleportiert. Aufgrund der Höhe der Stufen ist klar, dass man maximal eine Stufe auf einmal überspringen kann.

Um abzuschätzen, ob Sie versuchen sollen, die Lösungen zu stehlen oder lieber zu lernen, möchten Sie wissen, wie viele verschiedene Möglichkeiten es gibt, die Treppe zu besteigen.

Hinweis: Sie müssen niemals einen Schritt zurück machen.

- a) Schreiben Sie einen rekursiven Algorithmus $S(\text{int } n)$ in Pseudocode, der die Anzahl der möglichen Reihenfolgen zurückgibt, den Turm zu besteigen. **3 Punkte**
- b) Zeichnen Sie einen Rekursionsbaum, der die Berechnung von $S(5)$ angibt, wobei die Knoten die Funktionsaufrufe der Berechnung darstellen. **1 Punkt**
- c) Geben Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus aus Teilaufgabe a) in O-Notation an. Begründen Sie Ihre Antwort. **1 Punkt**
- d) Benutzen Sie *Memoization* (top-down Ansatz) aus der Vorlesung, um Ihren Algorithmus aus Teilaufgabe a) in ein dynamisches Programm umzuwandeln. **3 Punkte**
- e) Zeichnen Sie einen Rekursionsbaum, der die Berechnung von $S(5)$ Ihres Algorithmus aus Teilaufgabe d) angibt, wobei die Knoten die Funktionsaufrufe der Berechnung darstellen. **2 Punkte**
- f) Geben Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus aus Teilaufgabe d) in O-Notation an. Begründen Sie Ihre Antwort. **1 Punkt**

Aufgabe 2 – Faire Geschenke

Sie sind Mutter/Vater von Zwillingen, deren Geburtstag naht. Sie haben eine Menge an n Geschenken gekauft und möchten diese nun fair verteilen. Dabei hat jedes Geschenk i einen bestimmten ganzzahligen positiven Wert w_i . Alle Geschenke zusammen addieren sich zum dem Wert W . Wir nehmen an, dass dieser gerade ist. Die Aufteilung der Geschenke ist genau dann fair, wenn jeder Zwilling insgesamt den gleichen Wert an Geschenken erhält.

Geben Sie einen Algorithmus an, der in Zeit $O(n \cdot W)$ feststellt, ob eine faire Aufteilung aller Geschenke möglich ist. **5 Punkte**

Aufgabe 3 – Leichte Kanten und Schnitte

Sei G ein Graph mit Kantengewichtsfunktion $w: E(G) \rightarrow \mathbb{R}^+$, und sei T ein minimaler Spannbaum von G bezüglich w .

Zeigen Sie: Für jede Kante $\{u, v\}$ von T gibt es einen Schnitt in G , für den $\{u, v\}$ leicht ist. **4 Punkte**

Bitte geben Sie Ihre Lösungen bis **29. Januar 2026** einmal pro Gruppe über Wuecampus als pdf-Datei ab. Vermerken Sie dabei stets die Namen und Übungsgruppen aller BearbeiterInnen auf der Abgabe.

Grundsätzlich sind stets alle Ihrer Aussagen zu begründen und Ihr Pseudocode ist stets zu kommentieren.

Die Lösungen zu den mit **PABS** gekennzeichneten Aufgaben, geben Sie bitte nur über das PABS-System ab. Vermerken Sie auf Ihrem Übungsblatt, in welchem Repository (sXXXXXX-Nummer) die Abgabe zu finden ist. Geben Sie Ihre Namen hier als Kommentare in den Quelltextdateien an.