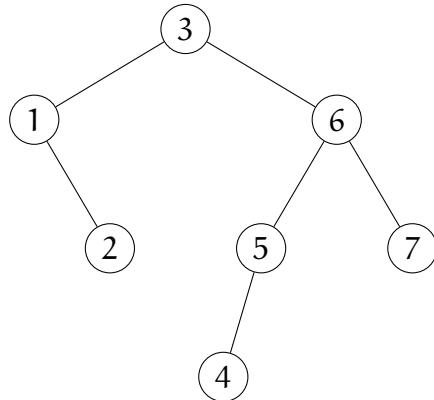


### 3. Präsenzübungsblatt zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen (Winter 2025/26)

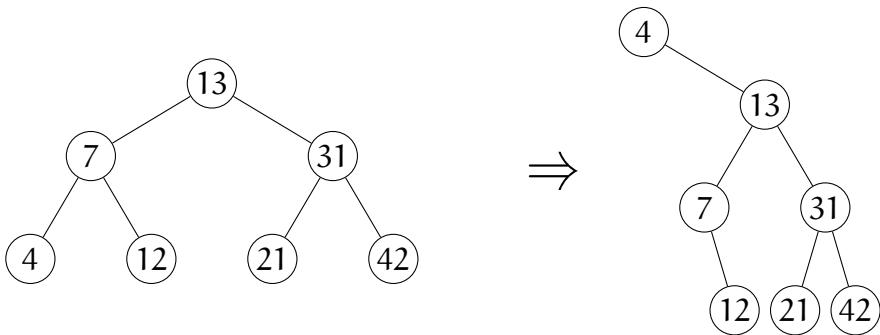
#### Aufgabe 1

In dieser Aufgabe wird bei allen Zeichnungen auf die Darstellung der *nil*-Blätter verzichtet, vorhanden sind sie dennoch.

- a) Geben Sie für den folgenden Suchbaum eine gültige Rot-Schwarz-Färbung an.



- b) Geben Sie zwei Rotationen an, die den linken Baum in den rechten Baum umwandeln.



## Aufgabe 2 – Amortisierte Analyse

In der Vorlesung haben Sie die Implementierung der Funktion Successor für binäre Suchbäume kennengelernt, die auch unten angegeben ist. Die Worst-Case-Laufzeit dieser Funktion ist  $\Theta(h)$ , wobei  $h$  die Höhe des Baumes ist.

```
Node Successor(Node x)
  if x.right ≠ nil then
    ↘ return Minimum(x.right)
  y = x.p
  while y ≠ nil and x == y.right do
    ↗ x = y
    ↘ y = y.p
  return y
```

Auf einem binären Suchbaum wird die Funktion Successor nun für jeden der  $n$  Knoten genau einmal aufgerufen. Begründen Sie, dass in diesem Fall die amortisierte Laufzeit eines einzelnen solchen Aufrufes von Successor in  $O(1)$  ist.

## Aufgabe 3 – Zweifärbbarkeit

Ein Graph  $G$  heißt *zweifärbbar*, wenn eine Abbildung  $c: V(G) \rightarrow \{\text{rot, blau}\}$  existiert, so dass für jede Kante  $\{u, v\}$  von  $G$  gilt, dass  $c(u) \neq c(v)$ . Zwei zueinander benachbarte Knoten erhalten also stets unterschiedliche Farben.

- Welches ist der kleinste Graph, der nicht zweifärbbar ist?
- Entwerfen Sie einen Algorithmus in Pseudocode, der für einen gegebenen Graphen  $G$  und eine gegebene Färbung  $c$  testet, ob es zwei benachbarte Knoten mit derselben Farbe gibt. Was ist die asymptotische Worst-Case-Laufzeit Ihres Algorithmus in Abhängigkeit von der Anzahl der Knoten und Kanten von  $G$ ?
- Entwerfen Sie einen Algorithmus in Pseudocode, der für einen gegebenen Graphen  $G$  ermittelt, ob er zweifärbbar ist. Die Laufzeit des Algorithmus soll linear in der Größe von  $G$  sein. *Achtung:*  $G$  ist nicht notwendigerweise zusammenhängend.

---

Diese Aufgaben werden eventuell gemeinsam in den Übungen am 13. und 14. Januar 2026 gelöst. Sie brauchen Sie nicht vorher zu lösen und auch nicht abzugeben.