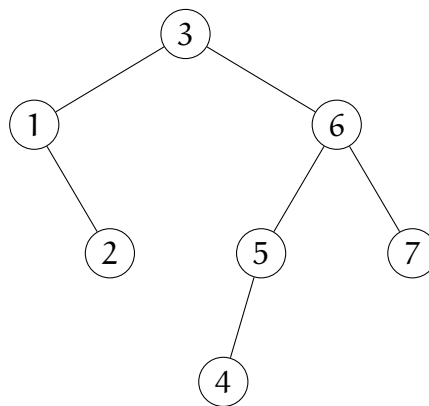


3. Präsenzübungsblatt zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen (Winter 2025/26)

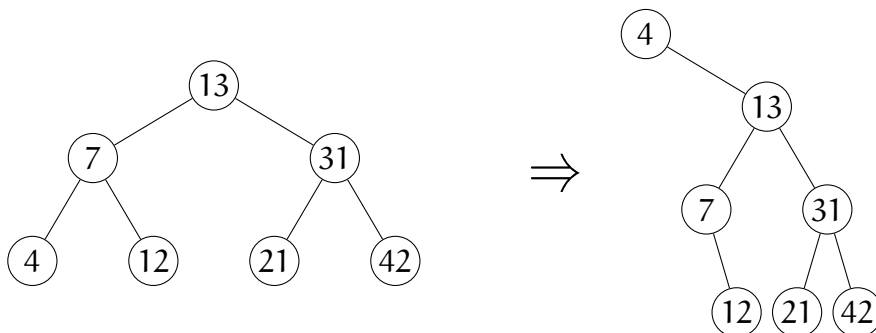
Aufgabe 1

In dieser Aufgabe wird bei allen Zeichnungen auf die Darstellung der *nil*-Blätter verzichtet, vorhanden sind sie dennoch.

- a) Geben Sie für den folgenden Suchbaum eine gültige Rot-Schwarz-Färbung an.



- b) Geben Sie zwei Rotationen an, die den linken Baum in den rechten Baum umwandeln.



Aufgabe 2 – Amortisierte Analyse

In der Vorlesung haben Sie die Implementierung der Funktion `Successor` für binäre Suchbäume kennengelernt, die auch unten angegeben ist. Die Worst-Case-Laufzeit dieser Funktion ist $\Theta(h)$, wobei h die Höhe des Baumes ist.

Node `Successor(Node x)`

```
if x.right ≠ nil then
    return Minimum(x.right)
y = x.p
while y ≠ nil and x == y.right do
    x = y
    y = y.p
return y
```

Auf einem binären Suchbaum wird die Funktion `Successor` nun für jeden der n Knoten genau einmal aufgerufen. Begründen Sie, dass in diesem Fall die amortisierte Laufzeit eines einzelnen solchen Aufrufes von `Successor` in $O(1)$ ist.

Aufgabe 3 – Zweifärbbarkeit

Ein Graph G heißt *zweifärbbar*, wenn eine Abbildung $c: V(G) \rightarrow \{\text{rot}, \text{blau}\}$ existiert, so dass für jede Kante $\{u, v\}$ von G gilt, dass $c(u) \neq c(v)$. Zwei zueinander benachbarte Knoten erhalten also stets unterschiedliche Farben.

- Welches ist der kleinste Graph, der nicht zweifärbbar ist?
- Entwerfen Sie einen Algorithmus in Pseudocode, der für einen gegebenen Graphen G und eine gegebene Färbung c testet, ob es zwei benachbarte Knoten mit derselben Farbe gibt. Was ist die asymptotische Worst-Case-Laufzeit Ihres Algorithmus in Abhängigkeit von der Anzahl der Knoten und Kanten von G ?
- Entwerfen Sie einen Algorithmus in Pseudocode, der für einen gegebenen Graphen G ermittelt, ob er zweifärbbar ist. Die Laufzeit des Algorithmus soll linear in der Größe von G sein. *Achtung:* G ist nicht notwendigerweise zusammenhängend.

Diese Aufgaben werden eventuell gemeinsam in den Übungen am 13. und 14. Januar 2026 gelöst. Sie brauchen Sie nicht vorher zu lösen und auch nicht abzugeben.