

5. Übungsblatt zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen (Winter 2025/26)

Aufgabe 1 – Shuffle

Gegeben sei der folgende Algorithmus, der ein Feld A mischt.

```
Shuffle(int[] A)
n1 = ⌊(A.length + 1)/2⌋
n2 = A.length - n1
L = new int[1...n1]; R = new int[1...n2]
L[1...n1] = A[1...n1]
R[1...n2] = A[n1 + 1...A.length]
i = j = 1
for k = 1 to A.length do
    b = Random(0,1)           // Liefert mit gleicher Wahrscheinlichkeit 0 oder 1.
    if (b == 0 and i ≤ n1) or j > n2 then
        A[k] = L[i]
        i = i + 1
    else
        A[k] = R[j]
        j = j + 1
```

- Beschreiben Sie in Worten, was der Algorithmus `Shuffle` bewirkt. Stellen Sie sich das Feld A dafür als Kartenstapel vor. **2 Punkte**
- Nach dem Aufruf von `Shuffle(A)` sei das Feld A = ⟨4, 1, 8, 5, 3, 2, 6, 7, 9⟩. Die Folge der Zufallszahlen, die bei der Ausführung an die Variable b übergeben wurden, sei ⟨0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1⟩. Geben Sie A vor der Ausführung von `Shuffle` an. **1 Punkt**
- Kann man durch einmalige Anwendung von `Shuffle` jede Permutation der Zahlen in A erzeugen? Begründen Sie Ihre Antwort. **1 Punkt**
- Sei A ein Feld der Länge n, das sortiert war und nur durch einmalige Anwendung von `Shuffle` gemischt wurde. Geben Sie in Pseudocode einen vergleichsbasierten Algorithmus `UnShuffle` an, der A in $\Theta(n)$ Zeit rekonstruiert. Begründen Sie, warum Ihr Algorithmus korrekt ist und die richtige Laufzeit hat.

Hinweis: Verwenden Sie den Median.

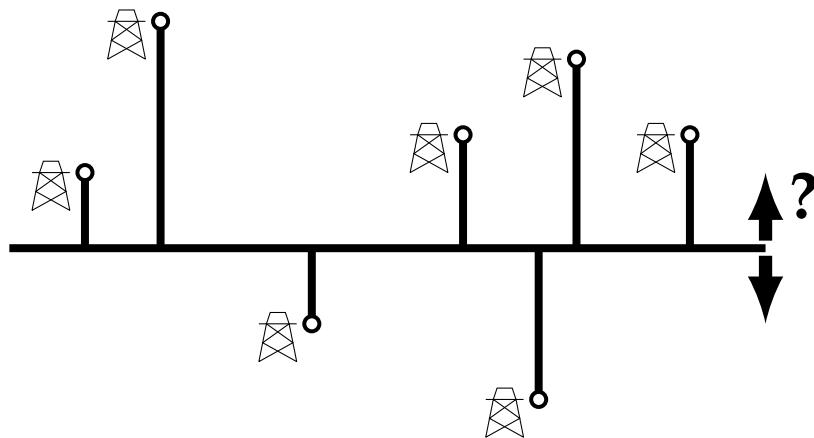
4 Punkte

Aufgabe 2 – Pipelines

Jett Rink möchte eine Pipeline in Ost-West-Richtung bauen, an die er seine Ölquellen möglichst kostengünstig anschließen kann. Jede Ölquelle soll über eine Zuleitung, die in Nord-Süd-Richtung verlaufen soll, an die Pipeline angeschlossen werden. Jett Rink fragt sich, wo die billigste Ost-West-Pipeline verläuft, also die, bei der die Gesamtlänge aller Zuleitungen minimiert wird.

Geben Sie einen Algorithmus mit Laufzeit in $O(n)$ an, der für eine Menge von n Ölquellen $\{(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)\}$ die y -Koordinate einer billigsten Ost-West-Pipeline zurückgibt. Begründen Sie, warum der Algorithmus korrekt ist.

Hinweis: Sie dürfen davon ausgehen, dass die x -Koordinaten aller Ölquellen paarweise verschieden sind. **4 Punkte**



Aufgabe 3 – Schlange-2-Stapel

- a) Wie lässt sich eine Schlange durch die Verwendung von zwei Stapeln implementieren?

Welche asymptotischen Worst-Case-Laufzeiten haben die Methoden Enqueue und Dequeue in Ihrer Implementierung? **2 Punkte**

- b) Wie lässt sich ein Stapel durch die Verwendung von zwei Schlangen implementieren?

Welche asymptotischen Worst-Case-Laufzeiten haben die Methoden Push, Pop und Top in Ihrer Implementierung? **2 Punkte**

Aufgabe 4 – QuickSort ohne Rekursion

Ein Problem rekursiver Algorithmen ist, dass ein Computer zusätzlichen Aufwand und Speicherplatz benötigt, um rekursive Funktionsaufrufe zu verwalten. Allerdings ist der Speicherplatz begrenzt und wenn dieser vollständig verbraucht ist, aber weitere rekursive Funktionsaufrufe getätigt werden, stürzt das Programm in der Regel mit einem *Stack Overflow Error* ab.

Man kann dieses Problem umgehen, indem man einen rekursiven Algorithmus mit Hilfe eines Stapels iterativ implementiert und den Stapel dann auf dem *Heap* (die Speicherregion) speichert.

Schreiben Sie eine Variante von QuickSort in Pseudocode, die einen Stapel S benutzt, um die rekursiven Aufrufe in QuickSort zu simulieren. Die Laufzeit dieser Variante sollte der Laufzeit von QuickSort aus der Vorlesung entsprechen. **4 Punkte**

Bitte geben Sie Ihre Lösungen bis **Donnerstag, 27. November 2025, 14:00 Uhr** einmal pro Gruppe über Wuecampus als pdf-Datei ab. Vermerken Sie dabei stets die Namen und Übungsgruppen aller BearbeiterInnen auf der Abgabe.

Grundsätzlich sind stets alle Ihrer Aussagen zu begründen und Ihr Pseudocode ist stets zu kommentieren.

Die Lösungen zu den mit **PABS** gekennzeichneten Aufgaben, geben Sie bitte nur über das PABS-System ab. Vermerken Sie auf Ihrem Übungsblatt, in welchem Repository (sXXXXXX-Nummer) die Abgabe zu finden ist. Geben Sie Ihre Namen hier als Kommentare in den Quelltextdateien an.