

Behauptung:

Seien G_1, G_2 zwei endliche Gruppen.

Sei $G := G_1 \times G_2$ mit $g = (g_1, g_2) \in G$

Dann gilt $\text{ord}g = \text{kgV}(\text{ord}g_1, \text{ord}g_2)$

Beweis:

Sei $n := \text{ord}g$, $n_1 := \text{ord}g_1$, $n_2 := \text{ord}g_2$

$$e = (e_1, e_2) = (g_1, g_2)^n = (g_1^n, g_2^n)$$

$$\rightarrow g_1^n = e_1 \quad \wedge \quad g_2^n = e_2$$

$$\rightarrow n_1 \mid n \quad \wedge \quad n_2 \mid n$$

$\rightarrow n$ ist gemeinsames Vielfaches von n_1 und n_2 .

Wegen der Minimalität von n gilt: $n = \text{kgV}(n_1, n_2)$