

Satz Sei (G, \cdot, e) eine Gruppe, $V, W \leq G$

Dann gilt: $V \cap W \leq G$

Beweis

(i) Zu zeigen: $V \cap W \neq \emptyset$

$$\begin{aligned} V, W \leq G &\rightarrow e \in V \wedge e \in W \\ &\rightarrow e \in V \cap W \rightarrow V \cap W \neq \emptyset \end{aligned}$$

(ii) Zu zeigen: $a, b \in V \cap W \rightarrow a \cdot b^{-1} \in V \cap W$

Seien $a, b \in V \cap W$

$$\begin{aligned} &\rightarrow a, b \in V \wedge a, b \in W \\ \begin{array}{l} V \leq G \\ W \leq G \end{array} &\rightarrow a \cdot b^{-1} \in V \wedge a \cdot b^{-1} \in W \\ &\Rightarrow a \cdot b^{-1} \in V \cap W \end{aligned}$$

□