$\prod_{i=1}^{n} G_i$ **abelsch** $\Leftrightarrow$ $\forall\, i \in \{1, \ldots n\}$: G_i **ist abelsch**

" $\Rightarrow$ " Annahme: $\exists\, i_0 \in \{1, \ldots n\}$: G_{i_0} ist nicht abelsch

$\rightarrow \quad \exists\, a_{i_0}, b_{i_0} \in G_{i_0} : \quad a_{i_0} \cdot b_{i_0} \neq b_{i_0} \cdot a_{i_0}$

$$\begin{aligned} \rightarrow \quad (e_1, \ldots, a_{i_0}, \ldots e_n) \cdot (e_1, \ldots, b_{i_0}, \ldots e_n) &= (e_1, \ldots, a_{i_0} \cdot b_{i_0}, \ldots e_n) \\ &\neq (e_1, \ldots, b_{i_0} \cdot a_{i_0}, \ldots e_n) \\ &= (e_1, \ldots, b_{i_0}, \ldots e_n) \cdot (e_1, \ldots, a_{i_0}, \ldots e_n) \end{aligned}$$

$\Rightarrow \quad \prod_{i=1}^{n} G_i$ ist nicht abelsch.

" $\Leftarrow$ " Seien $g, h \in \prod_{i=1}^{n} G_i$:

$$\begin{aligned} g \cdot h &= (g_1, \ldots, g_n) \cdot (h_1, \ldots, h_n) \\ &= (g_1 h_1, \ldots, g_n h_n) \\ &\overset{Voraussetzung}{=} (h_1 g_1, \ldots, h_n g_n) \\ &= (h_1, \ldots, h_n) \cdot (g_1, \ldots, g_n) \end{aligned}$$

$\Rightarrow \quad \prod_{i=1}^{n} G_i$ ist abelsch.