

## 4. Übungsblatt zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen (Winter 2024/25)

### Aufgabe 1 – Mehr Rekursionsgleichungen

Geben Sie für die folgenden Rekursionsgleichung je ein  $g(n)$  an, sodass  $T(n) \in \Theta(g(n))$  gilt. Verwenden Sie je die vorgegebene Vorgehensweise und geben Sie alle nötigen Zwischenschritte an.

- a) Verwenden Sie die Meister Methode. Geben Sie auch den verwendeten Fall an.

$$T(n) = 4T(n/2) + n^3 + 5$$

**2 Punkte**

- b) Verwenden Sie die Rekursionsbaum Methode. Gehen Sie davon aus, dass  $T(0) = 1$  gilt.

$$T(n) = 3T(n/3) + n^2$$

**2 Punkte**

### Aufgabe 2 – Sortieren in Linearzeit

- a) Geben Sie in kommentiertem Pseudocode einen Algorithmus an, der ein Eingabefeld  $A$  der Länge  $n$  mit Wertebereich  $\{1, \dots, n^2 - 1\}$  in  $O(n)$  Zeit sortiert!

**4 Punkte**

- b) Die Eingabe sei eine Liste von  $t$  Feldern  $A_1, \dots, A_t$  mit einer Gesamtlänge von  $n = \sum_{i=1}^t A_i.length$ . Der Wertebereich ist für jedes Feld  $\{1, \dots, k\}$  und weiter gilt  $t \leq k$ .

Geben Sie in Worten einen Algorithmus an, der alle Felder in insgesamt  $O(n + k)$  Zeit sortiert! Jedes Feld soll am Ende die gleichen Elemente enthalten wie zu Beginn (nur in sortierter Reihenfolge). Begründen Sie die Laufzeit.

**3 Punkte**

*Tipp:* Verwenden Sie Methoden aus der Vorlesung. Wandeln Sie jedoch zunächst die Zahlen in eine geeignete Darstellung um.

### Aufgabe 3 – Probabilistische Laufzeiten

Gegeben sei folgender Algorithmus:

Algo1(int[] A)

```
1 n = A.length
2 for i = 1 to n do
3   rnd = eine zufällige Zahl  $\in \{1, 2, \dots, n\}$ 
4   if rnd  $\leq$  i then
5     for j = i to n do
6       print A[j]
```

- a) Angenommen der Zufallsgenerator (Zeile 3) gäbe stets  $n$  zurück. Wie viele Zahlen würden dann ausgegeben? **1 Punkt**
- b) Angenommen der Zufallsgenerator (Zeile 3) gäbe stets 1 zurück. Wie viele Zahlen würden dann ausgegeben? **1 Punkt**
- c) Im Folgenden gebe der Zufallsgenerator jede Zahl zwischen 1 und  $n$  mit gleicher Wahrscheinlichkeit zurück. Definieren Sie eine Indikatorzufallsvariable  $X_i$ , die beschreibt, ob in Iteration  $i$  Zeile 5 ausgeführt wird. Berechnen Sie außerdem  $E[X_i]$ . **2 Punkte**
- d) Ermitteln Sie nun, wie viele Zahlen  $X$  der Algorithmus erwartet ausgibt. **3 Punkte**
- e) Geben Sie, basierend auf der vorherigen Teilaufgabe, die erwartete Laufzeit des Algorithmus in  $\Theta$ -Notation an. Vergleichen Sie sie mit der Worst-Case- und der Best-Case-Laufzeit des Algorithmus. **2 Punkte**

---

Bitte geben Sie Ihre Lösungen bis **Donnerstag, 21. November 2024, 14:00 Uhr** einmal pro Gruppe über Wuecampus als pdf-Datei ab. Vermerken Sie dabei stets die Namen und Übungsgruppen aller BearbeiterInnen auf der Abgabe.

Grundsätzlich sind stets alle Ihrer Aussagen zu begründen und Ihr Pseudocode ist stets zu kommentieren.

Die Lösungen zu den mit PABS gekennzeichneten Aufgaben, geben Sie bitte nur über das PABS-System ab. Vermerken Sie auf Ihrem Übungsblatt, in welchem Repository (sXXXXXX-Nummer) die Abgabe zu finden ist. Geben Sie Ihre Namen hier als Kommentare in den Quelltextdateien an.