Lehrstuhl für Informatik I
Effiziente Algorithmen und
wissensbasierte Systeme
Universität Würzburg

Würzburg, den 10.01.2017

Prof. Dr. Alexander Wolff
Dr. Joachim Spoerhase
B. Sc. Moritz Beck

9. Übungsblatt

Vorlesung Approximationsalgorithmen (Winter 2017/18)

Aufgabe 1 – Minimum Makespan Scheduling auf zwei Maschinen

Betrachten Sie folgendes Problem: Gegeben seien n Jobs mit Laufzeiten $t_1, \dots, t_n \in \mathbb{N}$. Die Jobs sollen nun so auf zwei Maschinen aufgeteilt werden, dass die Gesamtbearbeitungsdauer minimal ist. Formaler ausgedrückt: Gesucht ist eine Partitionierung von $T := \{t_1, \dots, t_n\}$ in zwei Mengen M_1 und M_2, so dass $t(M_1, M_2) := \max\{\sum M_1, \sum M_2\}$ minimal ist.

Entwickeln Sie ein FPTAS für dieses Problem. **8 Punkte**

Vorschlag: Entwickeln Sie zunächst einen exakten Algorithmus mit pseudopolynomieller Laufzeit. Skalieren und runden Sie dann geeignet.

Aufgabe 2 – Euklidisches TSP auf ganzzahligem Gitter

In der Vorlesung wurden folgende vereinfachenden Annahmen für das euklidische TSP getroffen: Alle n Eingabepunkte liegen innerhalb eines Quadrates mit der Seitenlänge $L = 4n^2$. Ferner befinden sich alle Punkte auf ganzzahligen Koordinaten.

Zeigen Sie, dass diese Annahmen gerechtfertigt sind. Genauer gesagt: Wenn es ein polynomielles Approximationsschema (PTAS) für obige, eingeschränkte Version des euklidischen TSPs gibt, dann auch für die uneingeschränkte.

a) Legen Sie zuerst dar, wie Ihr Algorithmus eine Instanz I_u der uneingeschränkten Version verarbeitet. Ihr Algorithmus darf hierbei auf ein Approximationsschema für die eingeschränkte Version zurückgreifen. **5 Punkte**

b) Zeigen Sie dann, dass Ihr Algorithmus für jedes $\epsilon > 0$ eine Tour der Länge höchstens $(1+\epsilon)\,\mathrm{OPT}_u$ liefert, wobei OPT_u die Länge einer kürzesten Tour für I_u ist. **7 Punkte**

Hinweis: Es genügt, die Aussage für Instanzen mit vielen Punkten zu zeigen, d. h. für alle $n \geq f(\epsilon)$ wobei f eine beliebige Funktion ist. Es genügt ferner zu zeigen, dass Ihr Algorithmus für jedes $\epsilon > 0$ eine Tour der Länge höchstens $(1 + 2\epsilon)\mathrm{OPT}_u$ liefert.

Aufgabe 3 – Wohlgeformte Touren

Sei eine Instanz des euklidischen TSPs vorgegeben, welche die Annahmen von Aufgabe 2 erfüllt. Wir betrachten die Basiszerlegung für diese Instanz. Zeigen Sie, dass es eine kürzeste wohlgeformte Tour gibt, die jedes Portal der Basiszerlegung höchstens zweimal besucht. **8 Sonderpunkte**

Hinweis: Betrachte ein Portal p auf einer Gitter-Geraden l, das von einer günstigsten wohlgeformten Tour mehr als zweimal besucht wird. Das Portal p zerlegt die Tour in *Ohren*. Das sind die maximalen Teiltouren zwischen je zwei Besuchen von p. Verwenden Sie dann Abkürzungen.

Abgabe bis Mittwoch, 17.01.2017, vor der Vorlesung.