

1. Übungsblatt zur Vorlesung Graphen und diskrete Optimierung

Abgabe am 26. April 2023 um 10:00 Uhr

Aufgabe 1.

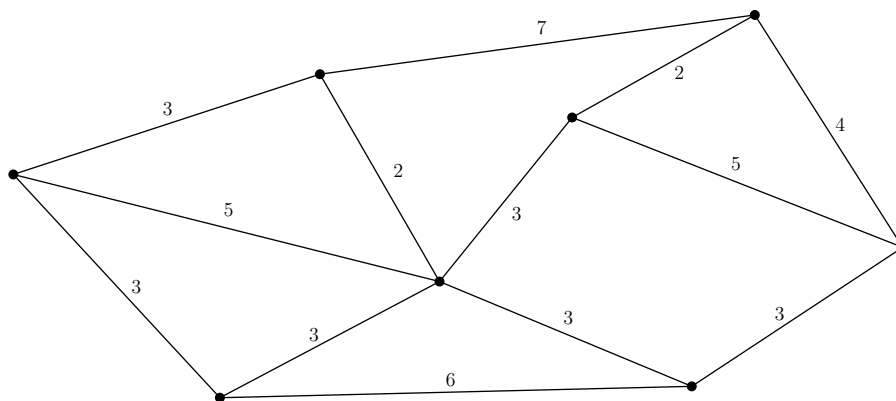
2 Punkte

Wie unterscheidet sich der Dijkstra Algorithmus von anderen Algorithmen für kürzeste Wege in Graphen, wie zum Beispiel der Bellman-Ford Algorithmus?

Aufgabe 2. (Minimale Spannbäume)

7 Punkte

- (2.1) Definieren Sie (formal mathematisch) einen minimalen Spannbaum. **1 Punkt**
- (2.2) Nennen Sie einen Algorithmus, um einen minimalen Spannbaum zu finden. Was ist die Zeitkomplexität dieses Algorithmus? **1 Punkt**
- (2.3) Bestimmen Sie einen minimalen Spannbaum des folgenden gewichteten Graphen $G = (V, E)$ mit dem in Aufgabe (2.2) genannten Algorithmus. Die von Ihnen vorgenommenen Schritte (und ihre Reihenfolge) sollte auf der abgegebenen Lösung klar erkennbar sein. **5 Punkte**



Aufgabe 3.

3 Punkte

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter, zusammenhängender, gewichteter Graph mit paarweise verschiedenen Kantengewichten $w : E \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$. Zeigen Sie, dass G einen eindeutigen minimalen Spannbaum hat.

Aufgabe 4.

8 Punkte

In manchen Verkehrsverbünden berechnet sich der Tarif für eine Fahrt im öffentlichen Verkehr basierend auf einer *Wabenstruktur*. Hierfür wird das Verbundgebiet in mehrere Tarifzonen, auch *Waben* genannt, eingeteilt. Jeder Wabe ist eine Preisstufe zugeordnet. Der Preis für einen Fahrschein hängt davon ab, wie viele Waben bei einer Fahrt durchquert werden, unabhängig von dem Verkehrsmittel. Je mehr Waben durchfahren werden, desto teurer wird die Fahrt.

Ein Beispiel für diese Wabenstruktur finden Sie auf der [Website des Verkehrsverbund Rhein-Neckar \(VRN\)](#).

- (4.1) Modellieren Sie das Problem, so günstig wie möglich zwischen zwei Orten im Verbundgebiet zu reisen, als kürzeste-Wege Problem auf einem geeigneten Graphen. Beschreiben Sie explizit, wofür die Knoten und Kanten (gerichtet oder ungerichtet?) in Ihrem Graphen stehen, und wie Sie die Kantengewichte wählen. Wie hängt die Länge des Weges und der Fahrpreis zusammen? **5 Punkte**

- (4.2) Müssen Sie noch zusätzliche Annahmen oder Einschränkungen definieren, damit Ihre Modellierung als kürzeste-Wege Problem funktioniert? **1 Punkt**
- (4.3) Finden Sie es sinnvoll, Ihren Reiseweg auf diese Art und Weise zu planen? Welche Kriterien außer dem Reisepreis würden Sie noch in Ihre Planung einbeziehen wollen? **2 Punkte**

Bitte laden Sie Ihre Lösungen als pdf Datei auf WueCampus hoch. Die Übungsblätter können in Gruppen von maximal zwei Personen bearbeitet werden, geben Sie bei der Abgabe stets beide Namen an.