

7. Übungsblatt zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen (Winter 2022/23)

Aufgabe 1 – Pfade im Suchbaum

Gegeben sei eine Folge ganzer Zahlen $A[1..k]$. Wir betrachten das Problem, zu entscheiden, ob es einen binären Suchbaum B gibt, so dass A die Folge von Zahlen ist, die bei der Suche nach $A[k]$ in B evaluiert wird. $A[1]$ wäre also die Wurzel von B , $A[2]$ ein Kind der Wurzel usw.

- a) Lösen Sie dieses Entscheidungsproblem für die folgenden Zahlenfolgen. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort. **3 Punkte**
1. $A = \langle 2, 252, 401, 398, 330, 344, 397, 363 \rangle$
 2. $A = \langle 924, 220, 911, 244, 898, 258, 362, 363 \rangle$
 3. $A = \langle 935, 278, 347, 621, 299, 392, 358, 363 \rangle$
- b) Beschreiben Sie mit Worten und in Pseudocode einen Algorithmus, der dieses Entscheidungsproblem für eine beliebige gegebene Zahlenfolge löst. Die Worst-Case-Laufzeit des Algorithmus soll $\Theta(k)$ sein. **3 Punkte**

Aufgabe 2 – Operationen in Rot-Schwarz-Bäumen

- a) In einen anfangs leeren Rot-Schwarz-Baum werden nacheinander die Zahlen 50, 42, 38, 13, 17 und 5 eingefügt. Zeichnen Sie den Baum nach jeder dieser Einfügeoperationen. **3 Punkte**
- b) Anschließend werden die Zahlen 5, 13, 17 und 38 nacheinander gelöscht. Zeichnen Sie den Baum nach jeder dieser Löschoperationen. **2 Punkte**

Stellen Sie sicher, dass rote und schwarze Knoten klar voneinander unterscheidbar sind. Sie brauchen die nil-Blätter nicht zu zeichnen.

Aufgabe 3 – Höhe von Rot-Schwarz-Bäumen

Im Folgenden beziehen sich die Anzahl der Knoten und die Höhe eines Rot-Schwarz-Baums auf den Baum *ohne* die nil-Blätter.

Stellen Sie sicher, dass rote und schwarze Knoten klar voneinander unterscheidbar sind. Sie brauchen die nil-Blätter nicht zu zeichnen.

- a) Zeichnen Sie einen gültigen Rot-Schwarz-Baum der Höhe 3, bei dem die Anzahl der Knoten minimal ist. **2 Punkte**
- b) Zeichnen Sie einen binären Suchbaum der Höhe 3, für den es keine Färbung gibt, welche die Eigenschaften eines Rot-Schwarz-Baums erfüllt. Dieser Suchbaum soll die maximale Anzahl von Knoten enthalten. **2 Punkte**

Aufgabe 4 – Spezialsuche

Gegeben sei ein Feld $A[1..k]$ mit ganzen Zahlen, für die $A[1] < A[2] < \dots < A[k]$ gilt. Geben Sie in Worten und im Pseudocode einen Algorithmus an, der ermittelt, ob es eine Zahl $j \in \{1, \dots, k\}$ mit $A[j] = j$ gibt. Die Worst-Case Laufzeit Ihres Algorithmus soll $\Theta(\log k)$ sein. **5 Punkte**

Hinweis: Finden Sie ein geeignetes, leicht zu berechnendes Kriterium, um damit den gesuchten Index zu suchen. Bedenken Sie auch die besondere Struktur von A .

Bitte geben Sie Ihre Lösungen bis **Donnerstag, 22. Dezember 2022, 14:00 Uhr** einmal pro Gruppe über Wuecampus als pdf-Datei ab. Vermerken Sie dabei stets die Namen und Übungsgruppen aller BearbeiterInnen auf der Abgabe.

Grundsätzlich sind stets alle Ihrer Aussagen zu begründen und Ihr Pseudocode ist stets zu kommentieren.

Die Lösungen zu den mit **PABS** gekennzeichneten Aufgaben, geben Sie bitte nur über das PABS-System ab. Vermerken Sie auf Ihrem Übungsblatt, in welchem Repository (sXXXXXX-Nummer) die Abgabe zu finden ist. Geben Sie Ihre Namen hier als Kommentare in den Quelltextdateien an.