

4. Übungsblatt zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen (Winter 2020/21)

Aufgabe 1 – MultiSort

Ihnen ist folgender Sortieralgorithmus gegeben.

```
MultiSort(int[] A)
for i = 2 to A.length do
    B = new int[1..i]
    for j = 1 to i do
        B[j] = A[j]
    MySort(B)
    for j = 1 to i do
        A[j] = B[j]
```

- a) Sei MySort ein korrekter Sortieralgorithmus. Begründen Sie, warum MultiSort korrekt ist. **2 Punkte**
- b) Sei MySort identisch zu InsertionSort. Geben Sie die *Worst-Case*-Laufzeit von MultiSort in der Θ -Notation an. Begründen Sie Ihr Ergebnis. **2 Punkte**
- c) Sei MySort identisch zu QuickSort, das so implementiert ist, dass immer das erste Element im Feld als Pivot gewählt wird. Geben Sie die *Best-Case*-Laufzeit von MultiSort in der Θ -Notation an. Begründen Sie Ihr Ergebnis. **2 Punkte**
- d) Sei MySort identisch zu RandomizedQuickSort. Geben Sie die *erwartete* Laufzeit von MultiSort in der Θ -Notation an. Begründen Sie Ihr Ergebnis. Bestimmen Sie insbesondere die Laufzeit in der Ω -Notation. **3 Punkte**

Aufgabe 2 – Nachbartupel

Im Folgenden sei das Feld A eine zufällige Permutation von $\langle 1, \dots, n \rangle$, wobei n gerade sei.

Ein Tupel (i, j) mit $1 \leq i < j \leq n$ heißt *passend*, wenn $A[i] + A[j] = n + 1$ gilt. Ein Tupel (i, j) mit $1 \leq i < j \leq n$ und $j = i + 1$ heißt *benachbart*.

Geben Sie im Folgenden stets die einzelnen Rechenschritte an und vereinfachen Sie das Endergebnis so weit wie möglich.

- a) Bestimmen Sie, unter der Voraussetzung $1 \leq x < y \leq n$, die Wahrscheinlichkeit, dass das Tupel (x, y) benachbart ist. **2 Punkte**

Verwenden Sie im Folgenden Zufallsvariablen und Indikator-Zufallsvariablen.

- b) Was ist der Erwartungswert für die Anzahl passender Tupel, die benachbart sind? **3 Punkte**
- c) Was ist der Erwartungswert für die Anzahl passender Tupel? **3 Punkte**
- d) Was ist der Erwartungswert für die Anzahl passender Tupel (i, j) mit der Eigenschaft, dass $A[i] \leq i$? **3 Punkte**

Bitte geben Sie Ihre Lösungen bis **Donnerstag, 25. November 2021, 14:00 Uhr** einmal pro Gruppe über Wuecampus als pdf-Datei ab. Vermerken Sie dabei stets die Namen und Übungsgruppen aller BearbeiterInnen auf der Abgabe.

Grundsätzlich sind stets alle Ihrer Aussagen zu begründen und Ihr Pseudocode ist stets zu kommentieren.

Die Lösungen zu den mit PABS gekennzeichneten Aufgaben, geben Sie bitte nur über das PABS-System ab. Vermerken Sie auf Ihrem Übungsblatt, in welchem Repository (sXXXXXX-Nummer) die Abgabe zu finden ist. Geben Sie Ihre Namen hier als Kommentare in den Quelltextdateien an.