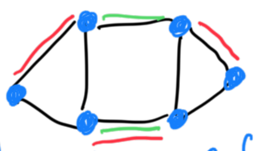
AGT, 12. Mai 2021

Problem: Größte Paarung (Maximum Matching):

Gegeben: (ungerichteter) Graph G mit $\begin{cases} \text{Knotenmenge } V(G) \\ \text{Kantenmenge } E(G) \end{cases}$

Gesucht: $\boxed{M \subseteq E(G)}$, so dass 1. keine zwei Kanten in M inzident zum gleichen Knoten sind und 2. $|M|$ maximal.



Soll bede
Kante e a
ausgewä
(in

Modellierung als ILP:

Variable: für jede Kante $e \in E(G)$ sei $x_e \in \{0, 1\}$.

Zielfunktion: maximiere $\sum_{e \in E(G)} x_e$

Beschränkungen: für jeden Knoten $v \in V(G)$ soll gelten:

$$\sum_{u:\, u \in Adj[v]} x_{uv} = \sum_{e \text{ inzident zu } v} x_e \leq 1$$

Bemerkung: Das Problem Größte Paarung lässt sich effizient lösen (in $O(\sqrt{|V(G)|} \cdot |E(G)|)$ Zeit, siehe Folie 11), also ist es nicht „sinnvoll", das Problem als ganzzahliges lineares Programm (ILP) zu formulieren (denn ein allgemeines ILP zu lösen ist NP-schwer). Aber es ist natürlich eine gute Übung! Außerdem werden wir in der nächsten Vorlesung sehen, wie man mithilfe einer ILP-Modellierung für kostenminimale perfekte Matchings in bipartiten Graphen zu einem effizienten Algorithmus kommt!