

Physik für Studierende der Medizin im 1. Fachsemester

(PFMF-V); 09410100

Dienstag mit Freitag 8.15-9.00

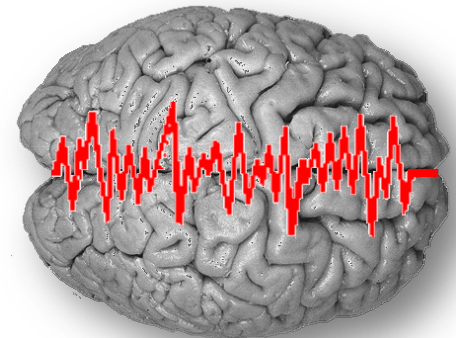
Elektrizitätslehre Teil 3

Am 04.05.2021

Dr. Simon Moser

Lehrstuhl für Exp. Physik IV,
Universität Würzburg

simon.moser@physik.uni-wuerzburg.de



Ohmscher Widerstand

Definition:

Der Widerstand R eines Bauteils in einem elektrischen Stromkreis ist das Verhältnis von Spannung und Strom:

$$R = \frac{U}{I}$$

Ohmsches Gesetz

Einheit des Widerstands = 1 Ohm = 1 Ω = 1 V/A

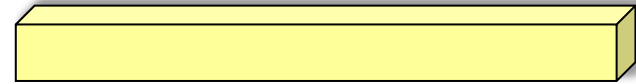
Bei realen Widerständen ist das Ohmsche Gesetz meist nur über einen bestimmten Temperaturbereich erfüllt (die Definition von R gilt trotzdem)



Sponge Ohm
1787-1854

Widerstand eines elektrischen Leiters

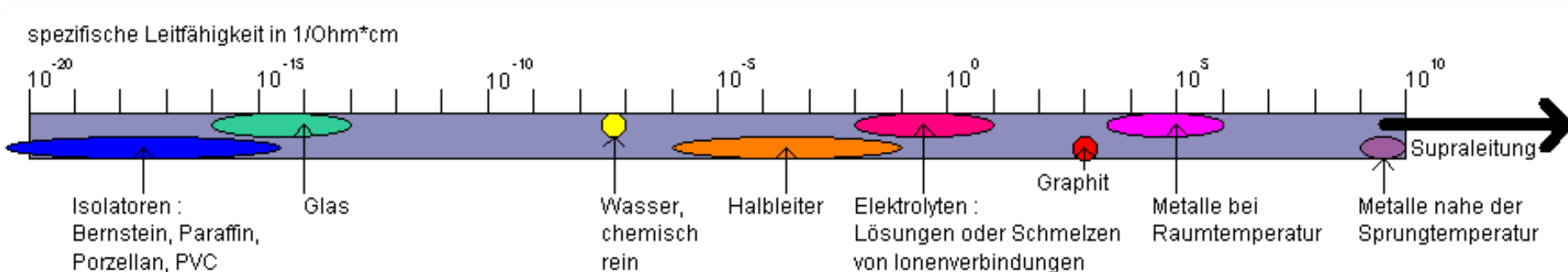
- ① Der Widerstand eines Leiters (z.B. eines Drahts) hängt vom verwendeten Material, der Länge L [m] und seiner Querschnittsfläche A [m²] ab



- ② Verwendete Material wird mit Hilfe einer Materialkonstante, der sog. **Resistivität** ρ [Ωm] berücksichtigt:

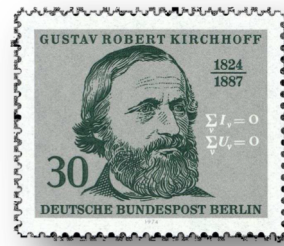
$$R = \rho \cdot \frac{L}{A}$$

- ③ Den Kehrwert des Widerstands R nennt man **Leitwert** G . Seine Einheit heißt Siemens oder MHO (Ohm rückwärts)



30 Zehnerpotenzen !!!

Kirchoffsche Regel 1



Knotenregel:

Knoten = Stelle in der Schaltung, wo mehrere stromführende Drähte zusammenlaufen

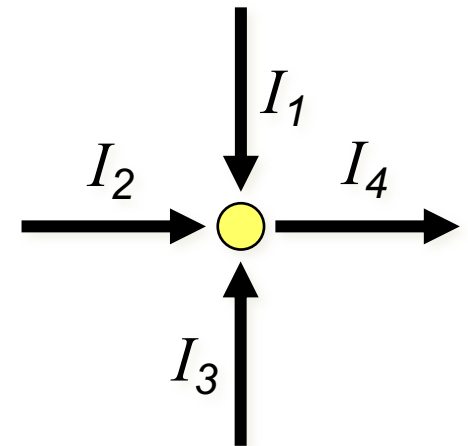
Summe aller Ströme, die auf einen **Knoten zufließen**, ist genau so groß wie die Summe aller Ströme, die von ihm **abfließen**:

$$\sum_{zu} I_{zu} = \sum_{ab} I_{ab}$$

Oder, wenn man die zufließenden Ströme positiv & die wegfließenden Ströme negativ rechnet:

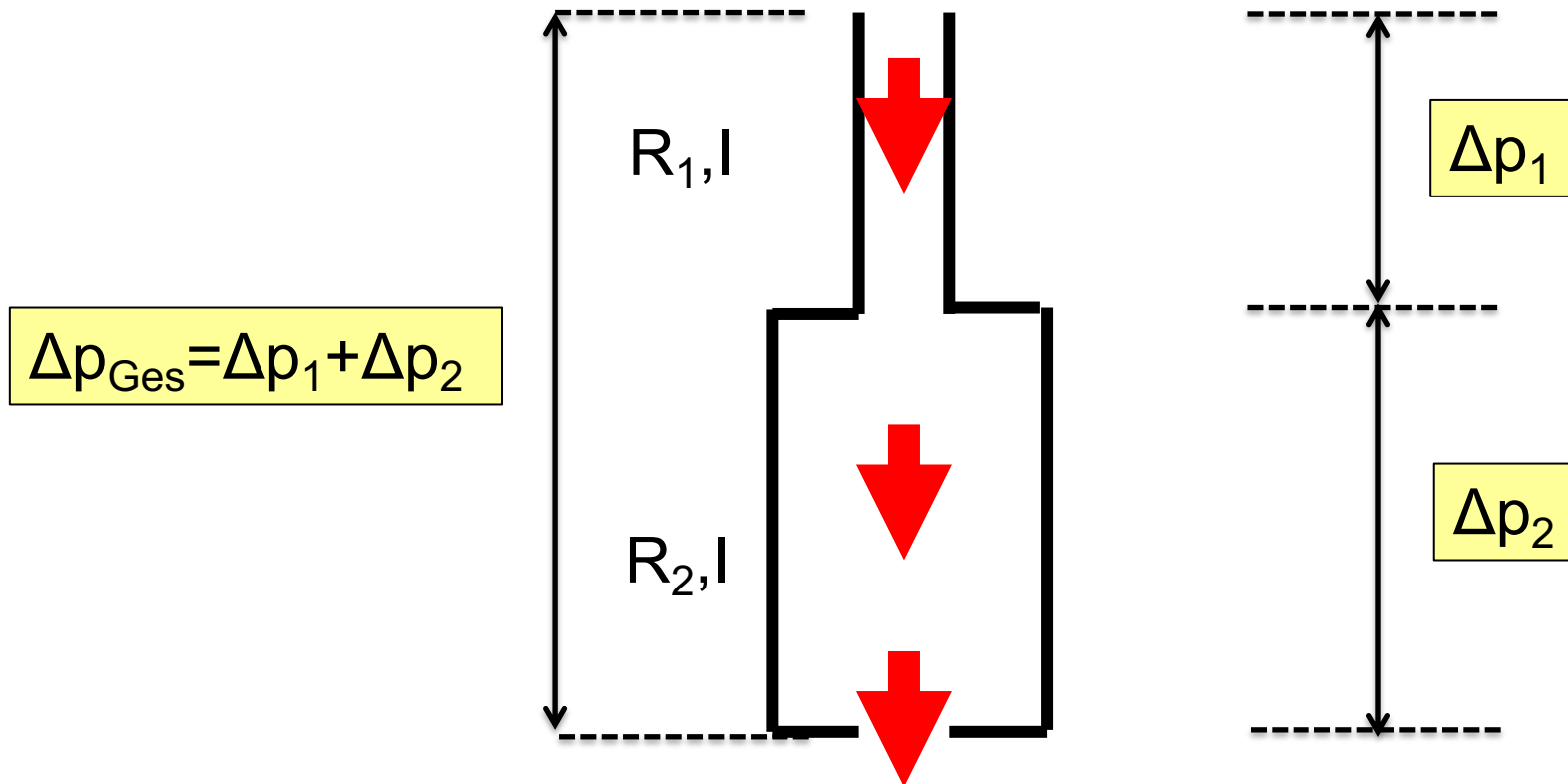
$$\sum_j I_j = 0$$

Knotenregel = Ladungserhaltung !!!
(keine Quellen/Senken)



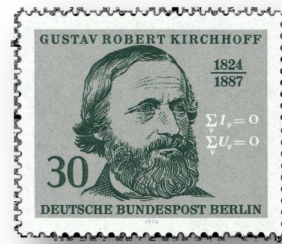
$$I_4 = I_1 + I_2 + I_3$$

Kirchoffsche Regel 2, Rückblick Hydrodynamik



Kontinuitätsgleichung: $I = \text{const.}$

Kirchoffsche Regel 2



Maschenregel:

Masche = geschlossener Stromkreis

Maschenregel besagt, dass die **Summe** der an den Bauteilen abfallenden **Spannungen Null** ist:

$$\sum_i U_i = 0$$

Energie, die eine Ladung in der Spannungsquelle erhält, ist gleich den Energien, welche sie auf einem Weg zum anderen Pol bei den Widerständen verliert!

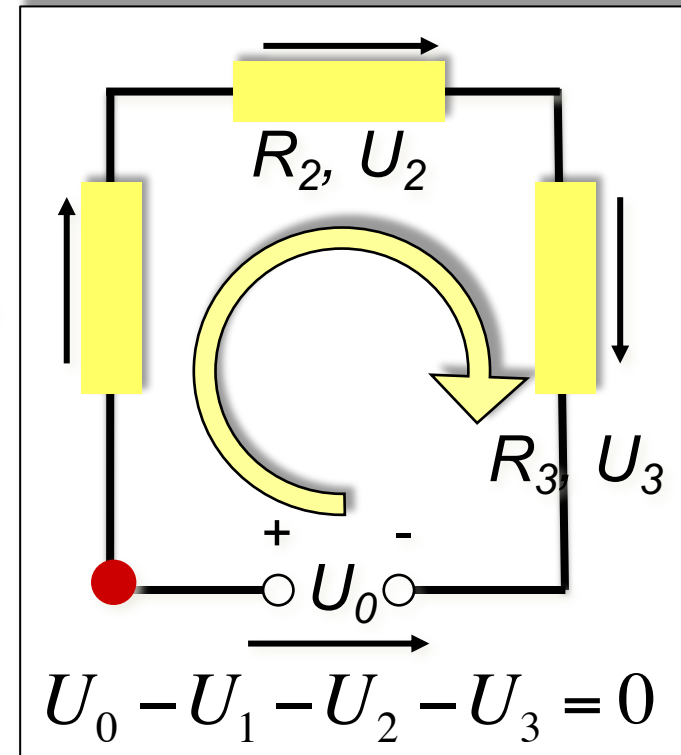
In einer Masche gilt:

Größe der treibenden Spannung =
Summe aller Spannungsabfälle an
den Widerständen:

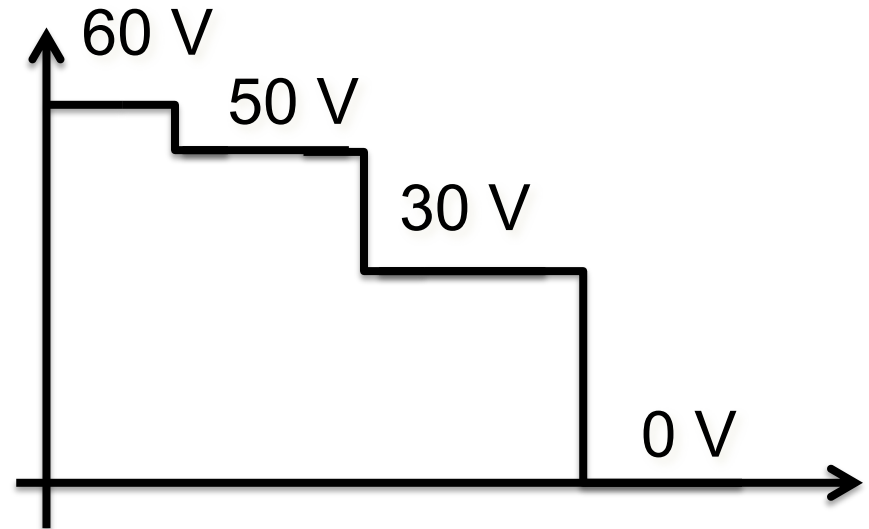
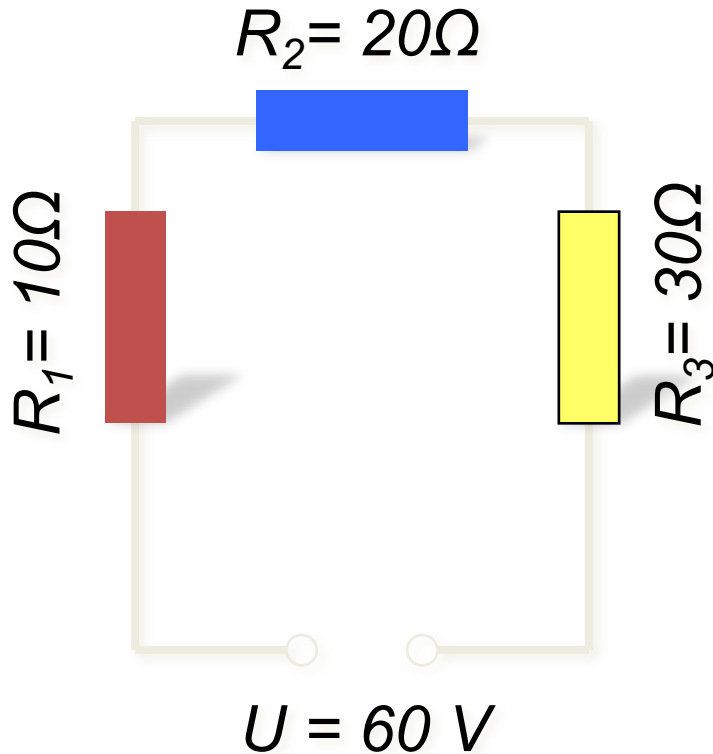
$$U_0 = \sum_k I \cdot R_k$$

**Maschenregel =
Erhaltung der Energie !!!**

R_1, U_1



Verschalten von Ohmschen Widerständen



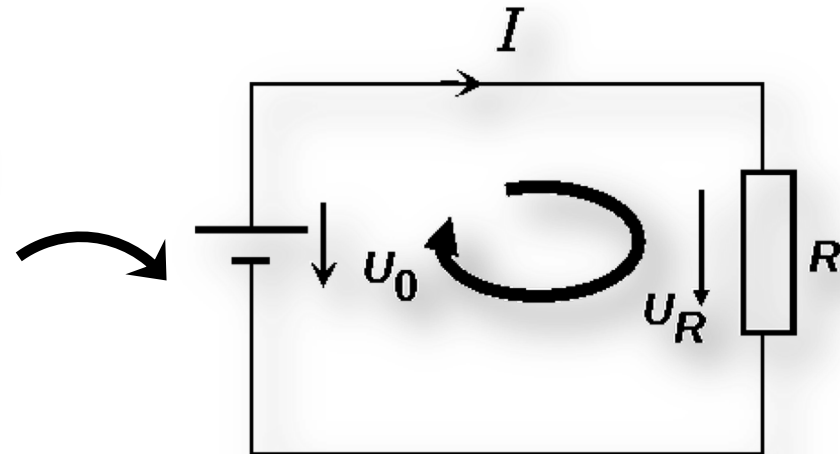
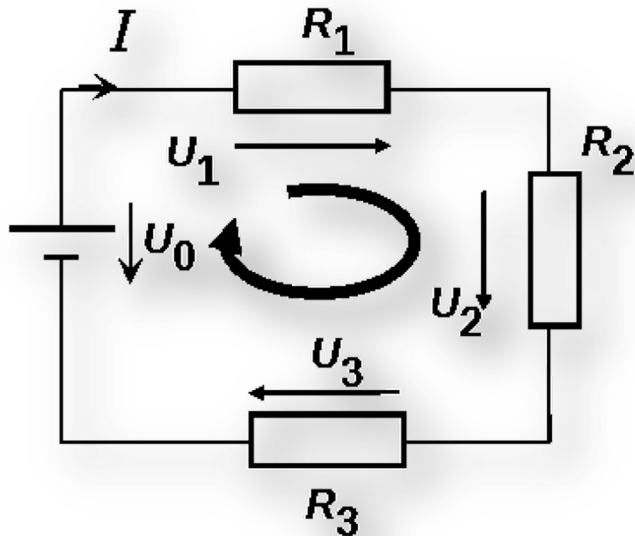
Spannungsabfall entlang dreier Widerstände:

- 1) Stromstärke $I = U/R_{ges} = 1\text{ A}$
- 2) **Summe** der Spannungsabfälle entspricht der Spannung der Spannungsquelle

Reihen-/Serienschaltung

Forderung:

Die Widerstände R_1 , R_2 und R_3 sollen so durch einen Widerstand R so ersetzt werden, dass in dem Kreis der **gleiche Strom I** fließt.

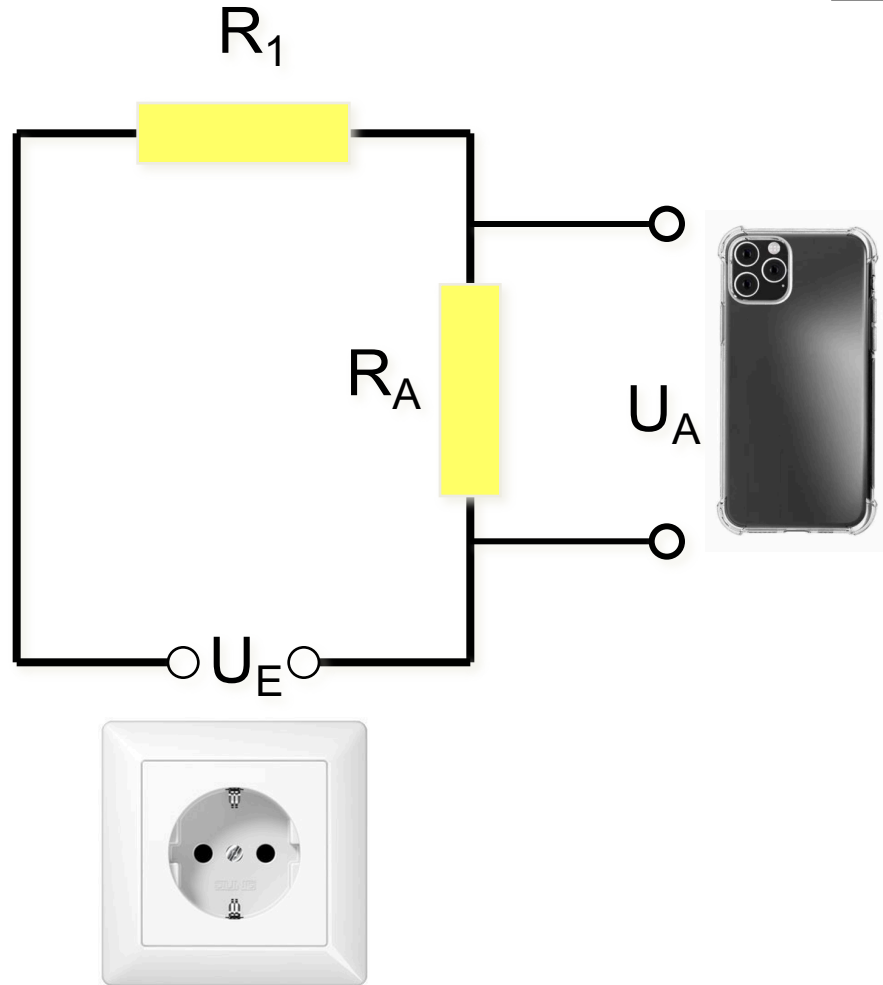


$$\begin{aligned} U_0 &= U_1 + U_2 + U_3 \\ &= I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 = I \cdot R \end{aligned}$$

$$\Rightarrow R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots = \sum_i R_i$$

Gesamtwiderstand = Summe der Teilwiderstände

Spannungsteiler/Potentiometer



Nach Kirchhoff 1:

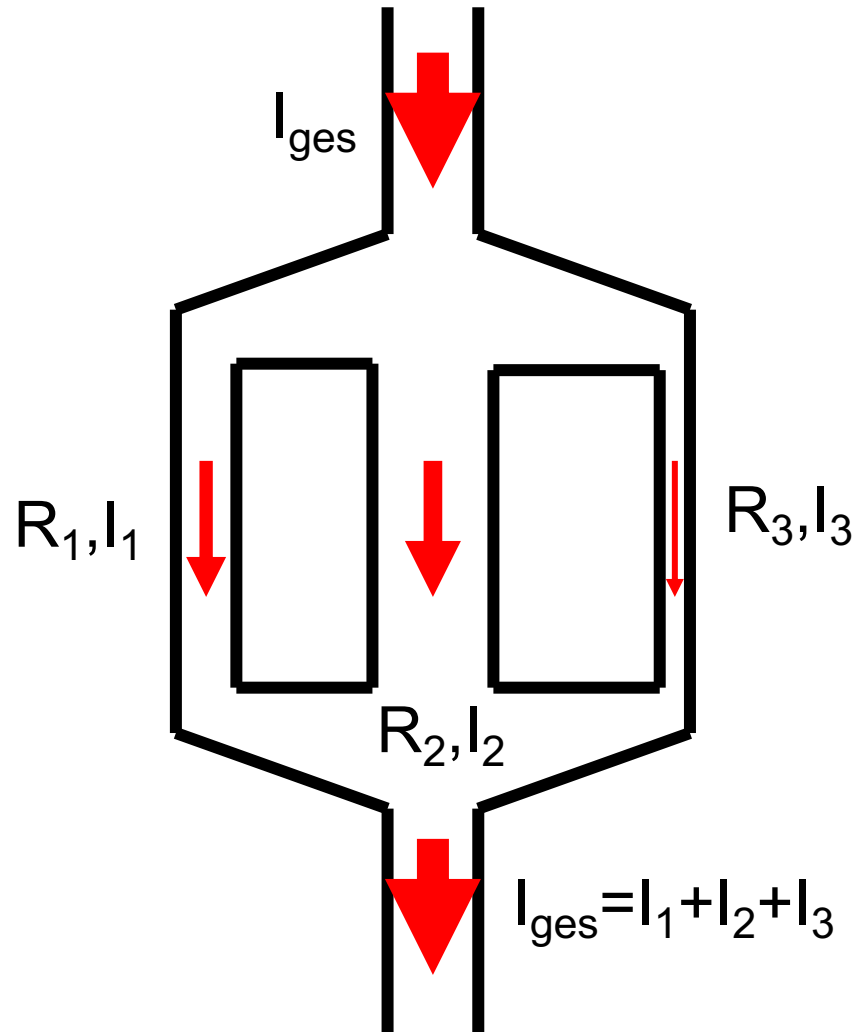
$$I = \frac{U_E}{R_{ges}} = \frac{U_E}{R_1 + R_A} = \frac{U_A}{R_A}$$



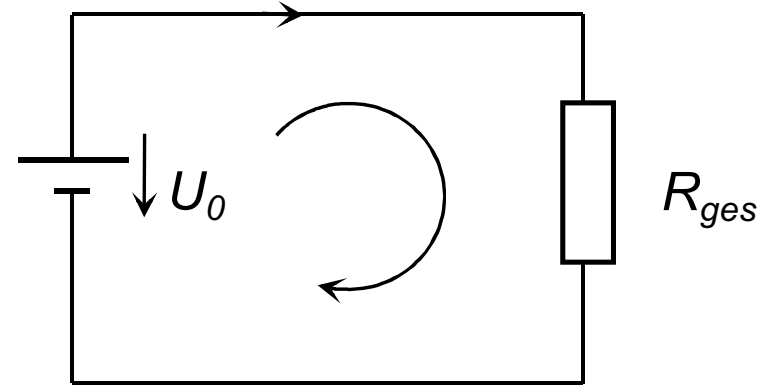
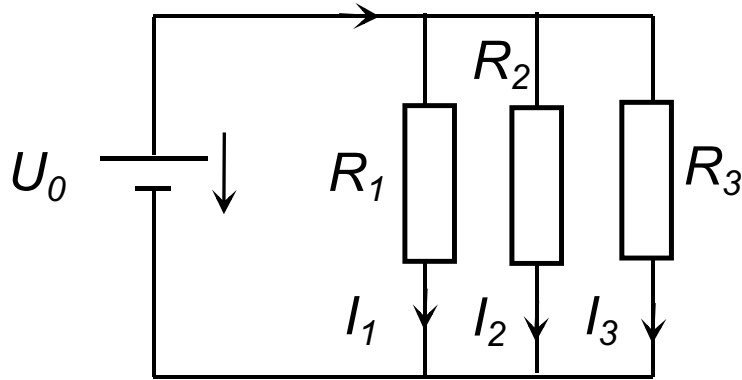
$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{R_A}{R_{ges}}$$

Parallelschaltung

Rückblick Hydrodynamik



Parallelschaltung



Knotenregel:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Masche:

$$U_0 = I \cdot R_{ges}$$

Maschenregel:

$$U_0 = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3$$

Daraus folgt:

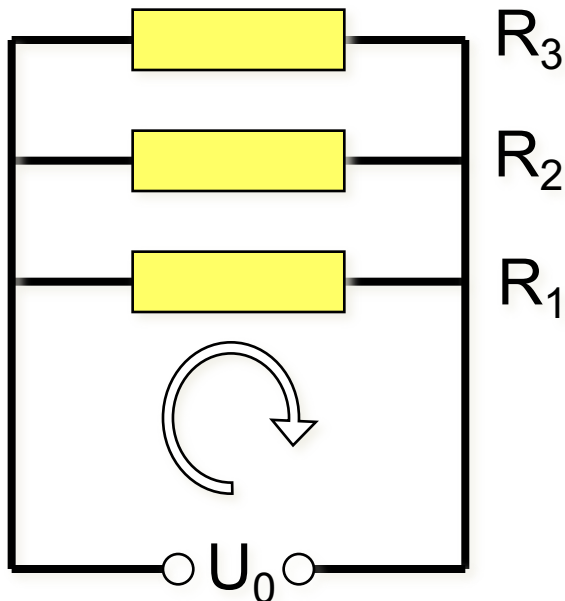
$$I = \frac{U_0}{R_1} + \frac{U_0}{R_2} + \frac{U_0}{R_3} = \frac{U_0}{R_{ges}}$$

Forderung: gleicher Strom in beiden Kreisen:

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \dots = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

Parallelschaltung

Parallelschaltung:



$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \dots = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

Parallelschaltung von Widerständen



$$G_{ges} = G_1 + G_2 + G_3 + \dots = \sum_i G_i$$

Leitwert

**Kehrwert des Gesamtwiderstands =
Summe der Kehrwerte der Teilwiderstände**

Energieumsatz & Elektrische Leistung

Was wir bereits wissen: Um eine Ladung Q in einem elektrischen Feld E von einem Punkt zum einem anderen Punkt zu bringen, erfordert die **Arbeit W** :

$$W = Q \cdot U \quad U = \text{Potentialdifferenz}$$

Bekannt: *Leistung = Arbeit/Zeit*

$$W = Q \cdot U \Rightarrow \frac{W}{t} = \frac{Q}{t} \cdot U = I \cdot U$$

$$\Rightarrow P = I \cdot U$$

Elektrische Leistung

$$[P] = V \cdot A = \text{Watt } W$$

Elektrische Arbeit

Leistung = Arbeit pro Zeitintervall
Gesamte Elektrische Arbeit = Leistung mal Zeit

$$W_{\text{elektrisch}} = U \cdot I \cdot t$$

$[W_{\text{el}}] = \text{V A s} = \text{Ws} = \text{J}$ (Joule)

Gebräuchliche Einheit: kWh Kilowattstunde

$$1\text{kWh} = 1000 \text{ Wh} = 3.6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Elektrische Energie wird in kWh verrechnet (1kWh ~ 0.20€)

- ① 1kWh = 25 Stunden Brenndauer einer 40W Glühlampe
- ② 225 Handyladungen
- ③ 1 Stunde mit 1000W Staubsauger

Standby Betrieb: 8-17% des Gesamtverbrauchs (Netzteile etc.)

In Deutschland: ca. 1 Kernkraftwerk für Standby-Versorgung

Ohmsche Leistung

An einem **Ohmschen Widerstand** wird die gesamte Leistung in **Wärme** umgewandelt = **Verlustleistung**

$$P = U \cdot I$$

Unter Verwendung der Definition des Widerstandes kann man direkt aus Strom oder Spannung die in einem Widerstand umgesetzte Leistung berechnen:

Mit $I = \frac{U}{R}$ folgt

$$P = \frac{U^2}{R}$$

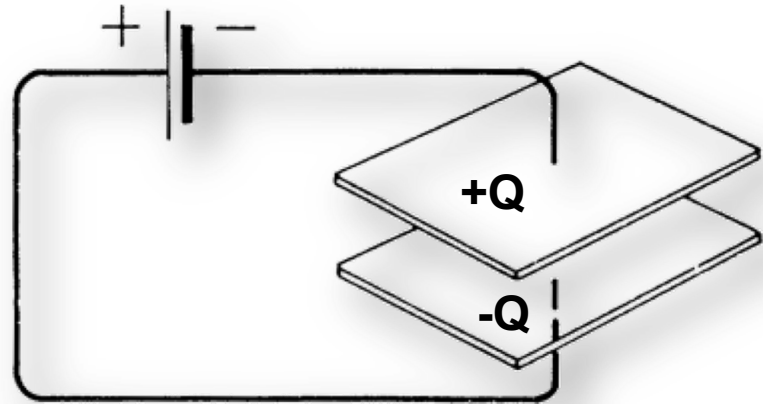
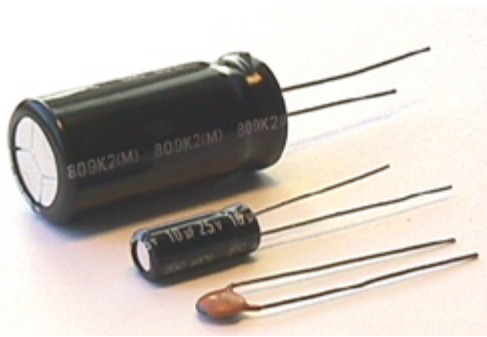
und mit $U = I \cdot R$ folgt:

$$P = I^2 \cdot R$$



Kondensator

Im einfachsten Fall besteht ein Kondensator **aus zwei Metallplatten**, die sich nicht berühren (!) & entweder durch Luft oder durch ein sog. Dielektrikum (isolierend) getrennt sind.



Kapazität C ($[C] = \text{As/V} = \text{F} = \text{Farad}$) eines Kondensators gibt an, wieviel Ladung Q bei einer bestimmten angelegten Spannung U auf ihm gespeichert werden kann:

$$C = \frac{Q}{U}$$

Kondensator ist ein Ladungsspeicher!

Elektr.
Schaltzeichen



Kondensator



$$C = \frac{Q}{U}$$

(Einheit: $\frac{C}{V} = \text{Farad} = F$)

- ① Die auf einem Kondensator speicherbare Ladung Q ist umso größer, je höher die angelegte Spannung U ist
- ② Kapazität C eines Kondensators ist umso größer, je kleiner die Spannung ist, die benötigt wird, um eine vorgegebene Ladungsmenge Q speichern zu können

Funktionen des Kondensators:

- Kondensator ist ein **Ladungsspeicher!**
- Kondensator ist ein effektiver **Energiespeicher** (elektr. Feldenergie)
- Kondensator dient dazu, um **definierte elektr. Felder zu erzeugen**
- Kondensator ist wichtiges **elektronisches Bauteil**

Kondensator

Handelt es sich speziell um einen Plattenkondensator,

so

gilt mit $A =$ Plattenfläche, $d =$ Plattenabstand

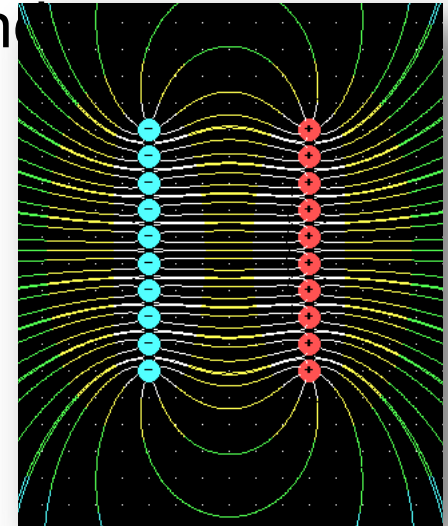
$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$\epsilon_0 =$ elektr. Feldkonstante

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}}$$

Elektrisches Feld im Inneren eines Plattenkondensators ist **homogen**, d.h. an allen Stellen gleich groß. Der Betrag der Feldstärke E zwischen den Platten ist:

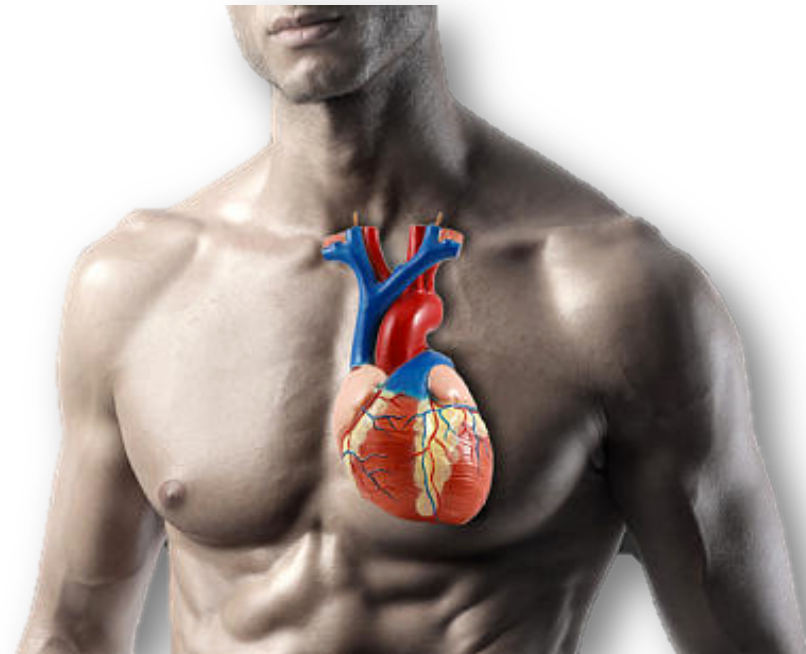
$$E = \frac{U}{d}$$



E -Feld in & um einen Plattenkondensator

Defibrillator-DEFI

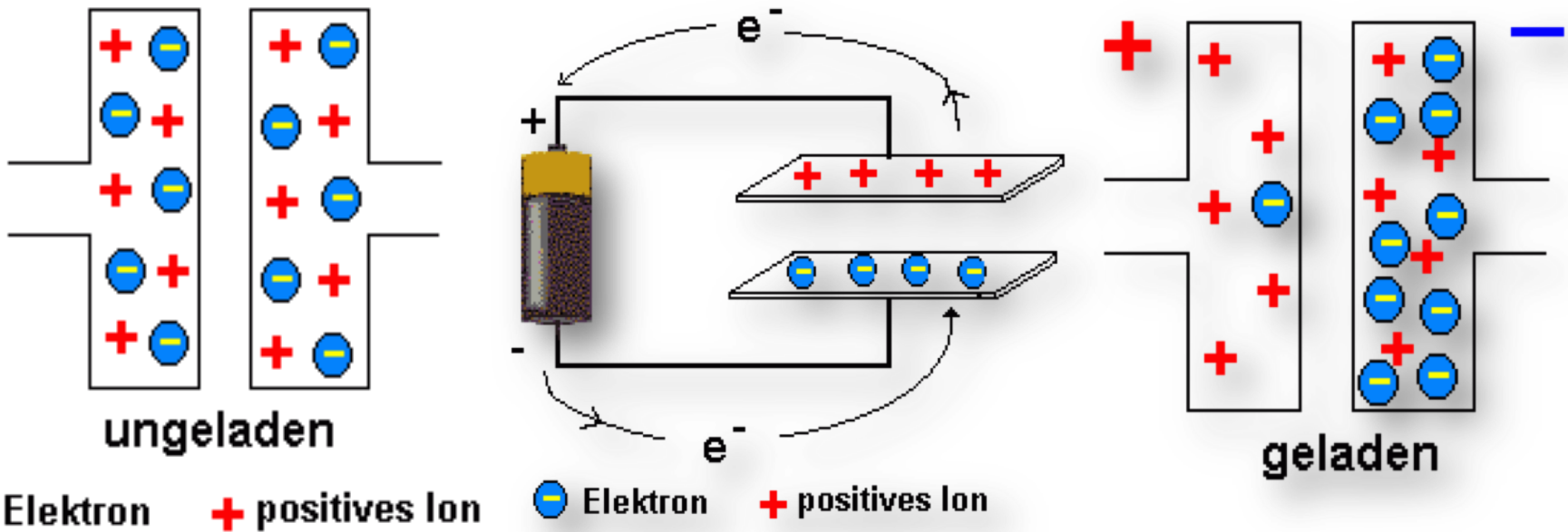
- Der plötzliche Herzstillstand ist die Todesursache Nr. 1. Die häufigste Ursache eines Kreislaufstillstandes ist das Kammerflimmern
- Wiederbelebung durch **Stromstöße** bei Personen mit Herzstillstand



- Zentrales Element eines **DEFI** ist ein aufgeladener Kondensator
- Kondensator kann die gespeicherte elektrische Energie, in einem kurzen Stromstoß wieder abgeben!
- **DEFI** Leistungsdaten: Strom 20A, Energiedeposition in 2.0 ms von 200J
- Elektrische Leistung 100kW !!!

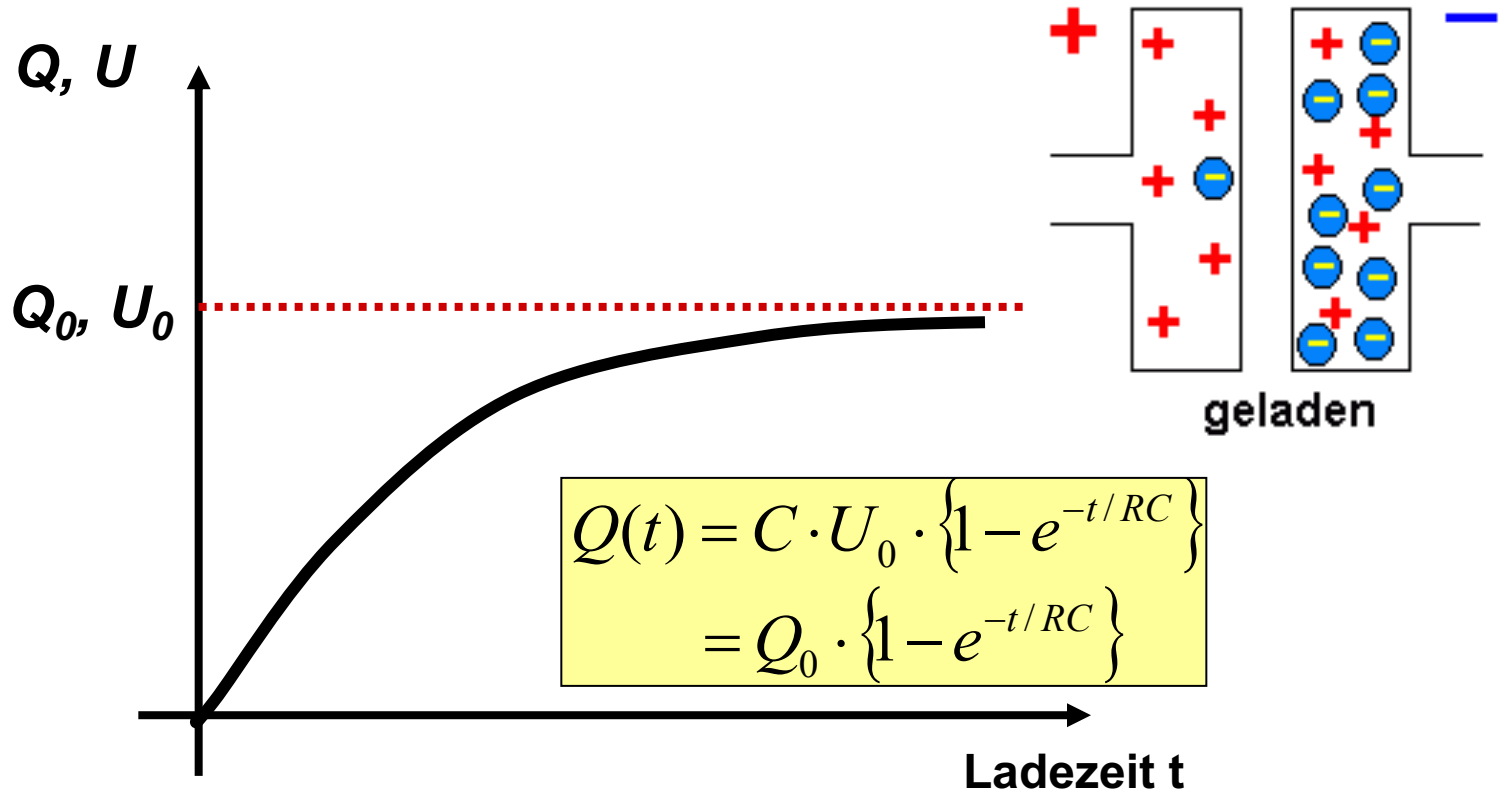
Laden eines Kondensators

- Aufladen erfolgt durch eine Spannungsquelle, z.B. Batterie, die dabei chemische Energie verliert.
- Die äußere Arbeit, die beim Aufladen verrichtet wird, besteht darin, die Ladungen zu trennen, d.h. Elektronen von der positiven Platte auf die negative Platte zu transportieren.



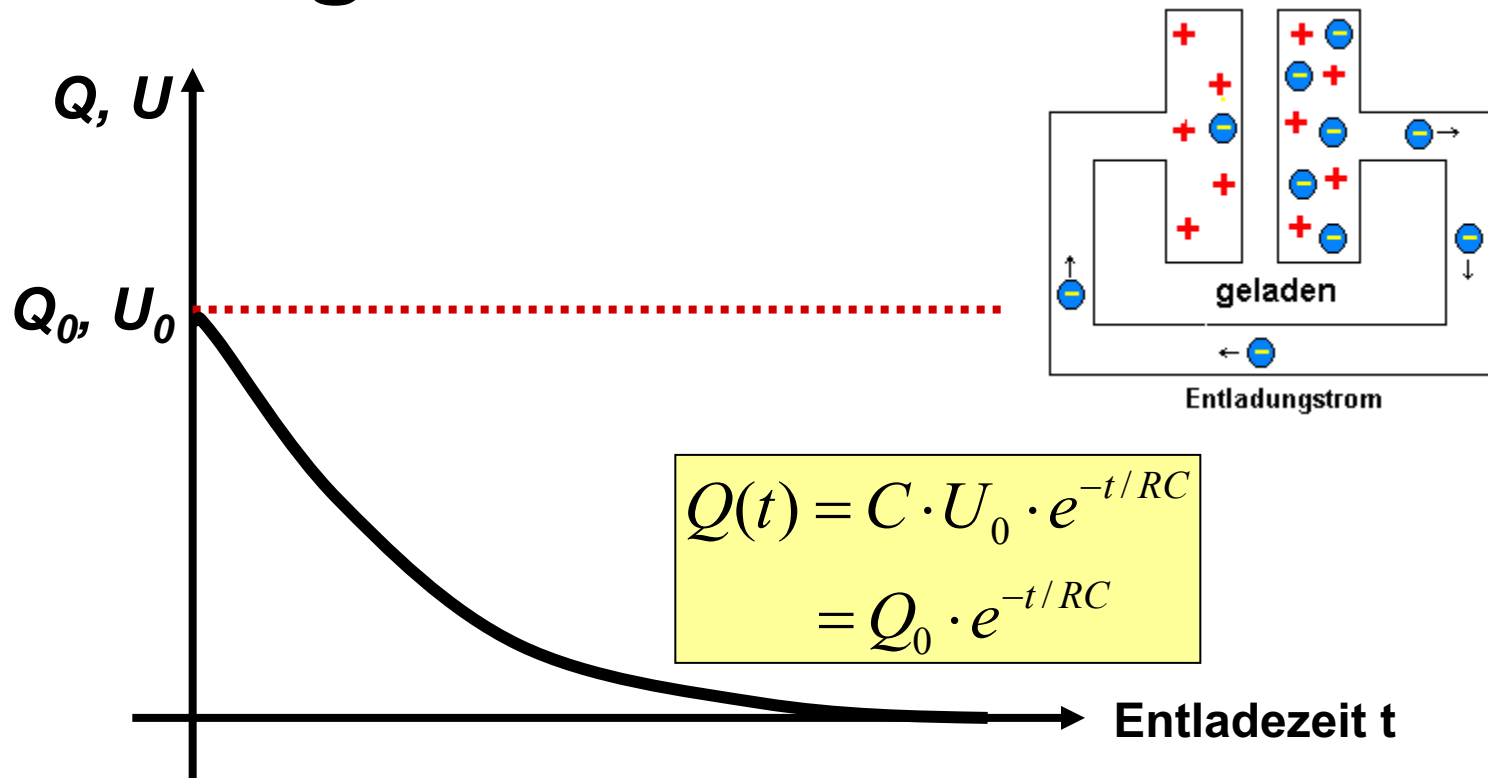
- Die zur Trennung aufgewandte Arbeit steckt in dem System der getrennten Ladungen als elektrostatische potentielle Energie, die bei der Entladung wieder freigesetzt werden kann

Laden eines Kondensators



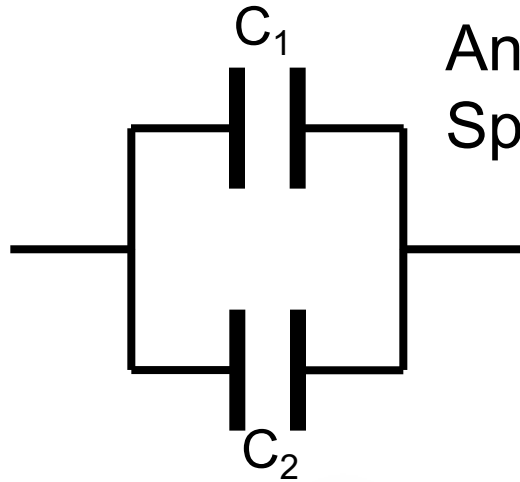
U_0 = Spannung der Spannungsquelle
 C = Kapazität des Kondensators
 Q = Ladung auf den Platten
 R = Ohmscher Widerstand
 $\tau = R C$ = charakteristische Zeitkonstante

Entladung eines Kondensators



U_0 = Spannung der Spannungsquelle
 C = Kapazität des Kondensators
 Q = Ladung auf den Platten
 R = Ohmscher Widerstand
 $\tau = RC$ = charakteristische Zeitkonstante

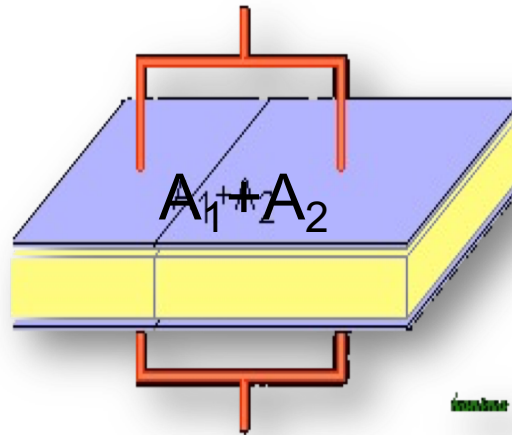
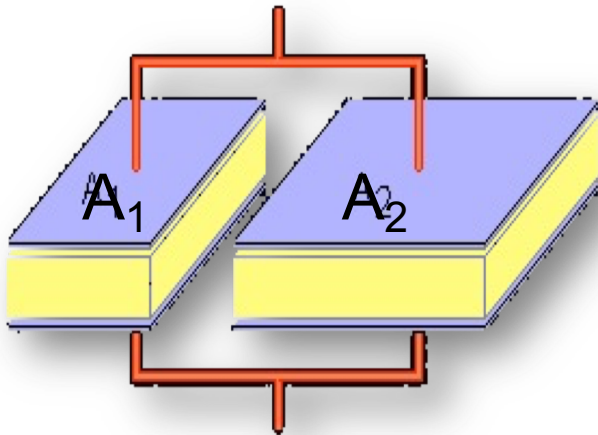
Parallelschaltung von Kapazitäten



An beiden Kondensatoren liegt die gleiche Spannung an !

$$C_{ges} = C_1 + C_2$$

Ersatzschaltbild



$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Fazit: Plattenfläche, auf der sich Ladungen ansammeln können, wird dadurch einfach größer

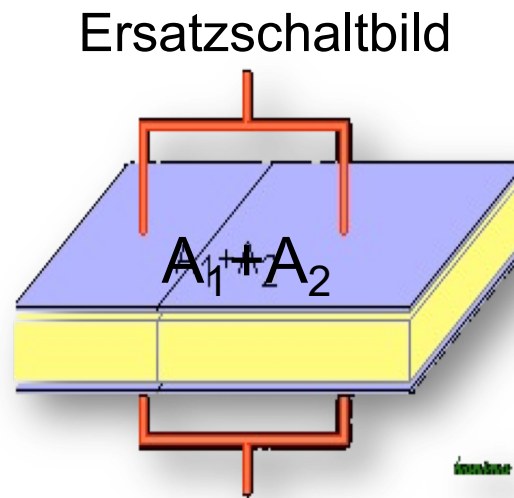
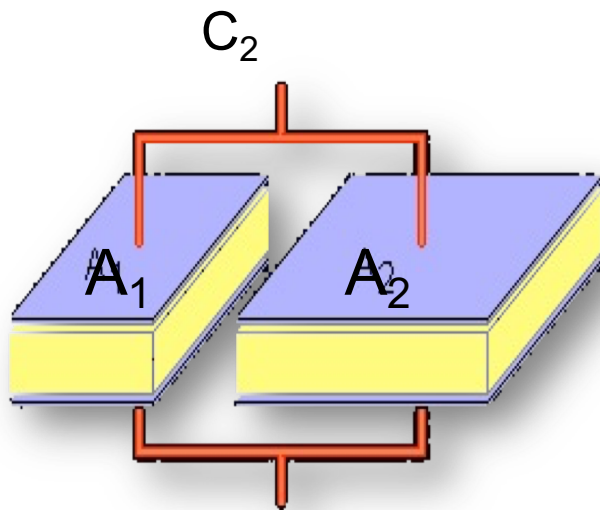
Parallelschaltung von Kapazitäten

$$C_{ges} = \epsilon_0 \cdot \frac{A_{ges}}{d} = \epsilon_0 \cdot \frac{A_1 + A_2}{d_1 + d_2}$$

$$C_1 = \epsilon_0 \cdot \frac{A_1}{d}$$

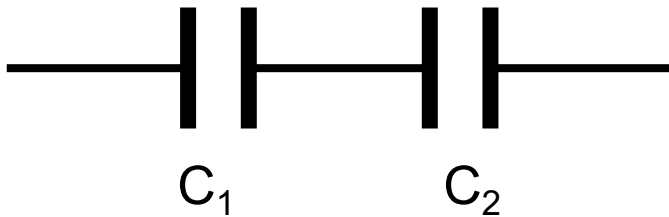
$$C_2 = \epsilon_0 \cdot \frac{A_2}{d}$$

$$C_{ges} = C_1 + C_2$$

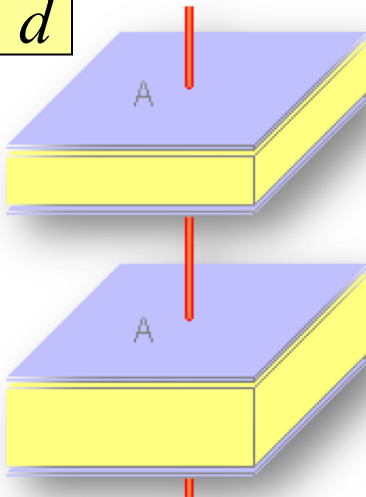


Reihenschaltung von Kapazitäten

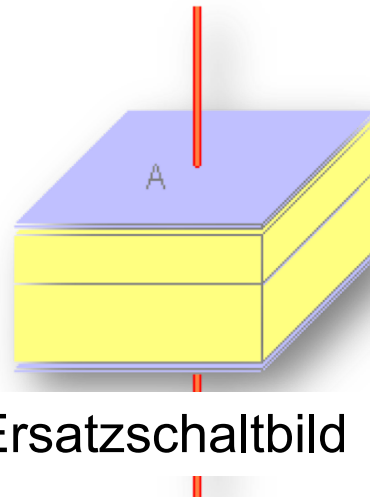
Reihenschaltung:



$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$



$$C_{ges} = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d_{ges}} = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d_1 + d_2} \Rightarrow \frac{1}{C_{ges}} = \frac{d_1 + d_2}{\epsilon_0 A}$$
$$C_1 = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d_1} \Rightarrow \frac{1}{C_1} = \frac{d_1}{\epsilon_0 A}$$
$$C_2 = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d_2} \Rightarrow \frac{1}{C_2} = \frac{d_2}{\epsilon_0 A}$$



Ersatzschaltbild

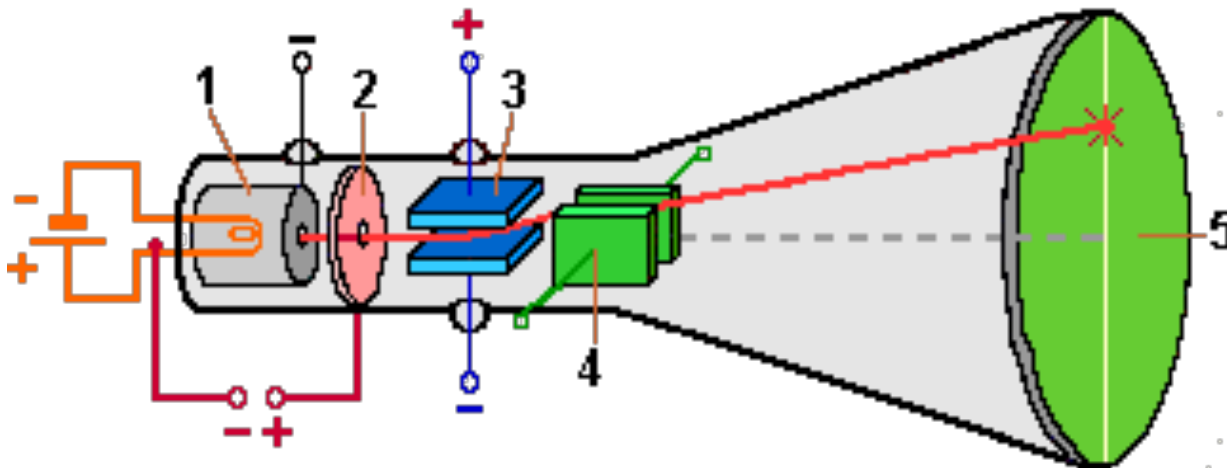
$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Wo spielen freie Ladungen im elektrischen Feld eine Rolle?

Elektronen im Vakuum:

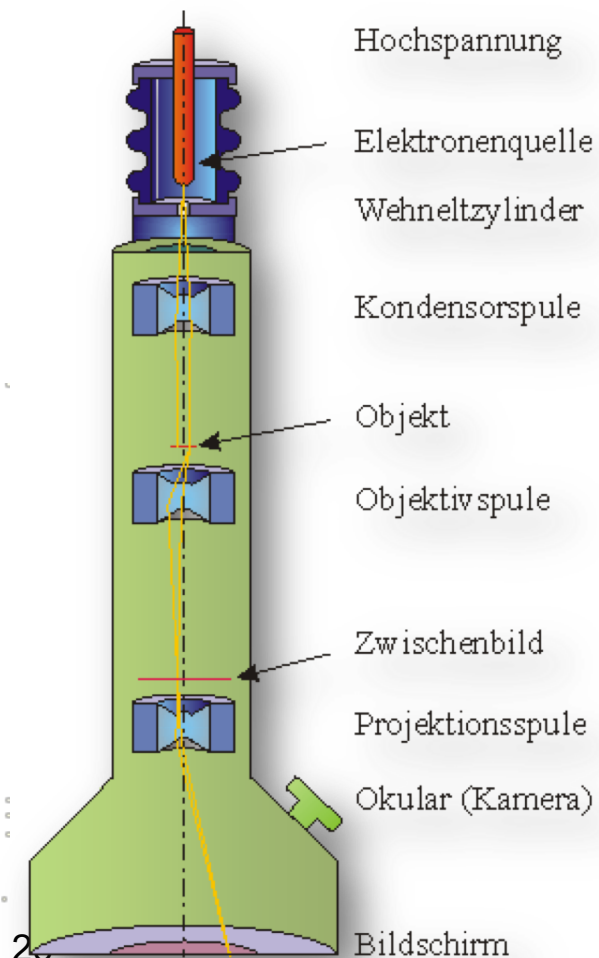
- Röntgenröhre
- Elektronenmikroskop
- Braunsche Röhre im Oszilloskop

Millikanversuch: Bestimmung von e^-



Braunsche Röhre

Elektronenmikroskop



Hochspannung

Elektronenquelle

Wehneltzylinder

Kondensatorspule

Objekt

Objektivspule

Zwischenbild

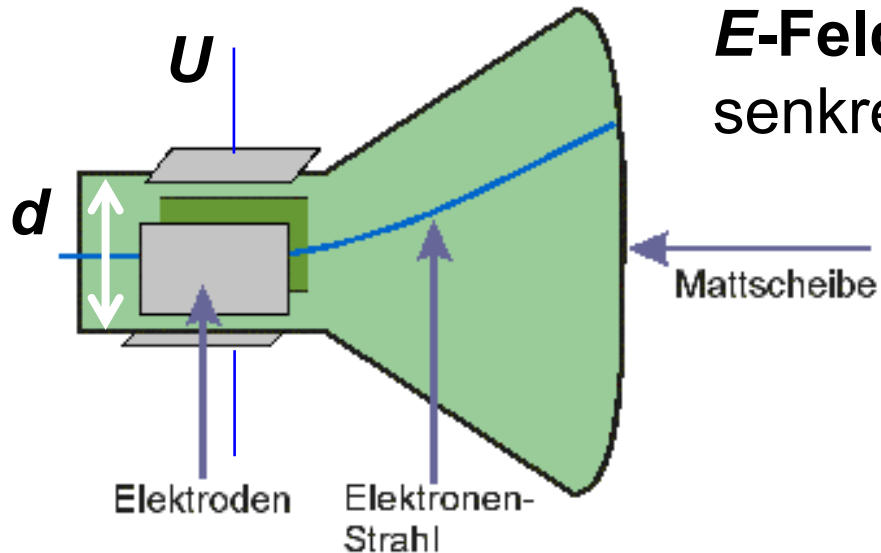
Projektionsspule

Okular (Kamera)

Bildschirm

Grüniger, 2002

Braunsche Röhre: Funktionsweise & Ablenkung



E -Feld:
senkrecht zur Bewegungsrichtung

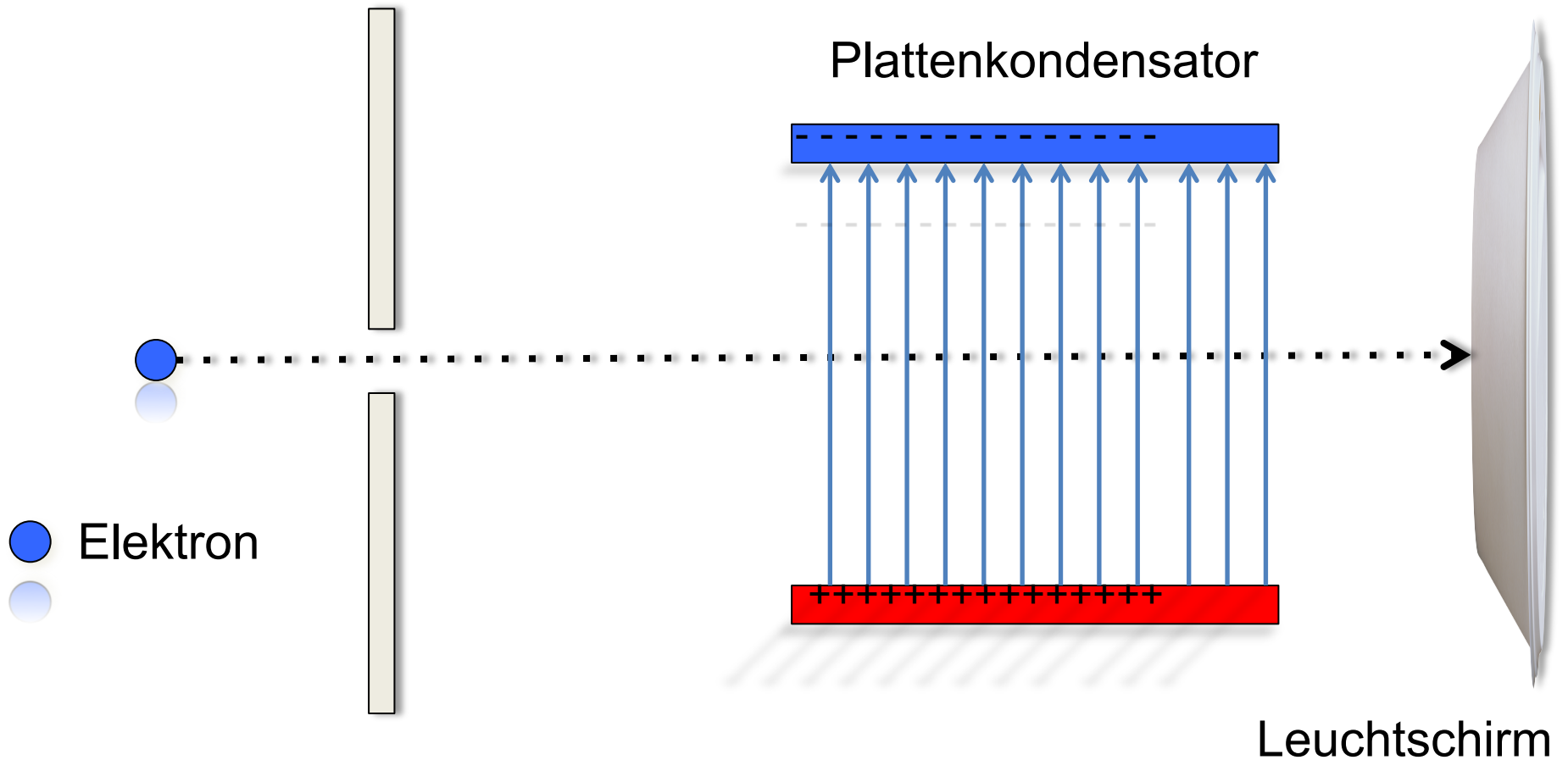
$$E = \frac{U}{d}$$

Plattenpaar: Ablenkung des Elektronenstrahls

- ① Liegt an den senkrecht zur Elektronenstrahlrichtung stehenden Plattenpaaren keine Spannung an, so passiert sie der Strahl geradlinig
- ② Wird von außen eine Spannung U angelegt, so bildet sich zwischen den Platten (Abstand d) ein homogenes elektrisches Feld aus: **Kraft!**
- ③ Die resultierende **Ablenkung** die ein Elektron innerhalb der Platten erfährt ist **direkt proportional zur angelegten Plattenspannung U**

Braunsche Röhre: Ablenkung

Elektronenstrahl wird durch elektrisches Querfeld abgelenkt

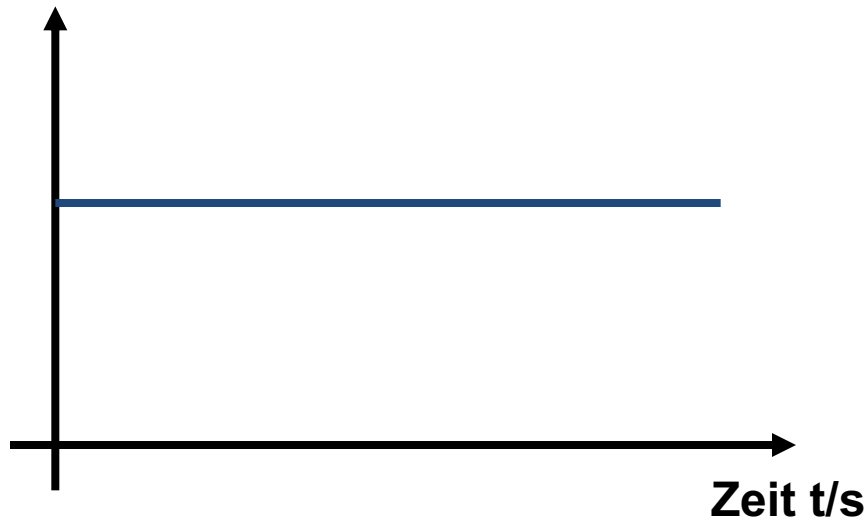


Gleichstromkreis (dc)

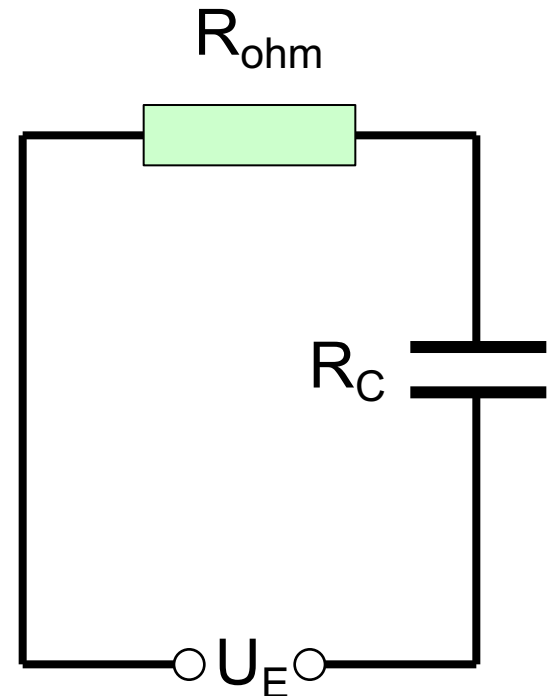
Gleichstromkreis (dc):

Vorzeichen der beiden Pole der Spannungsquelle ändert sich nicht, d.h. der eine ist immer positiv und der andere immer negativ geladen

Spannung U /V



$$U = U(t) = \textit{konstant}$$

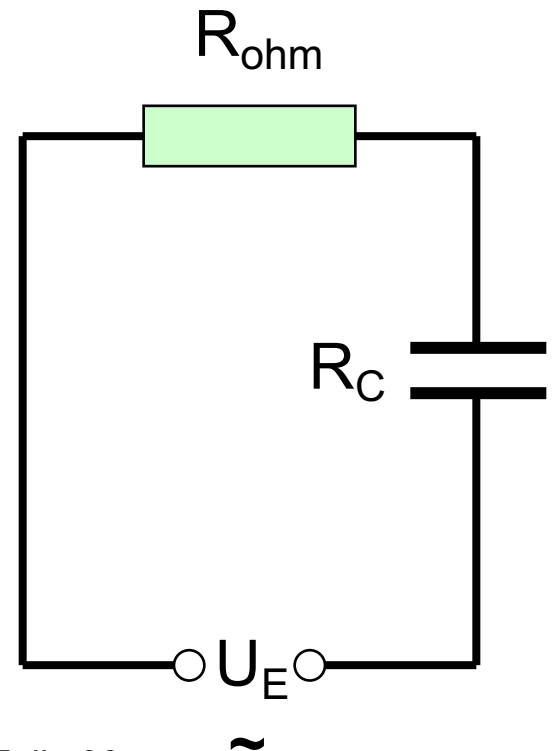
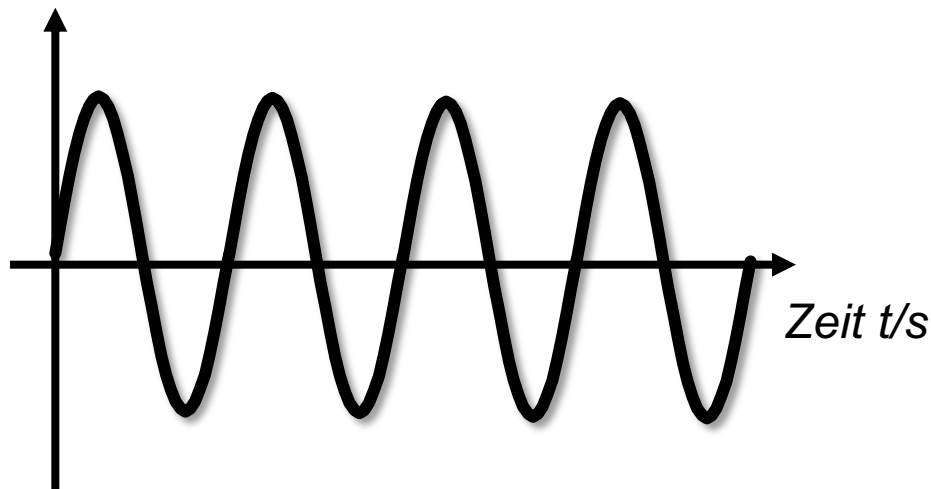


Wechselstromkreis (ac)

Wechselstromkreis (ac):

- Im Gegensatz zum Gleichstrom ändern beim Wechselstrom die Ladungsträger periodisch ihre Richtung
- Stromrichtung kehrt mit der Zeit periodisch um, d.h. die Pole der Spannungsquelle wechseln periodisch ihr Vorzeichen

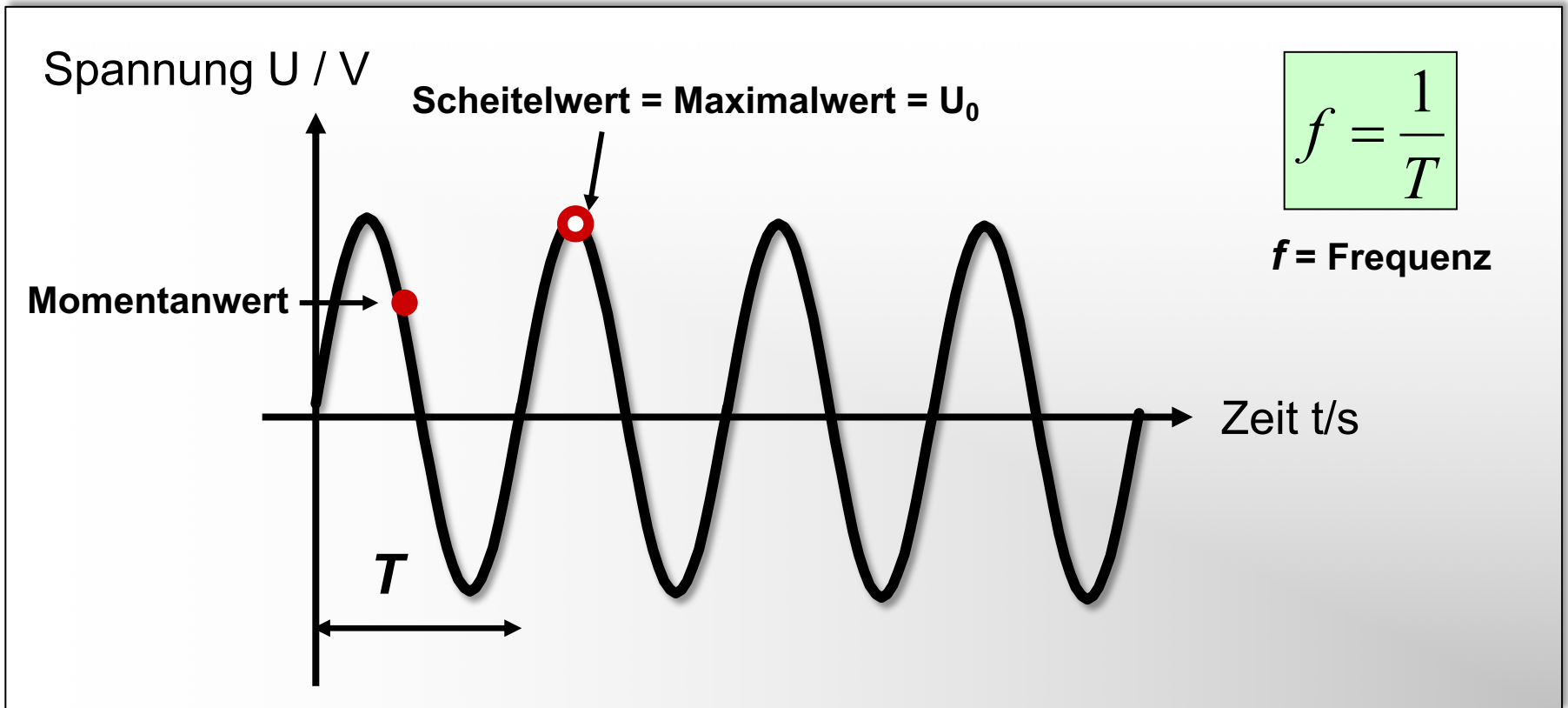
Spannung U / V



Wechselstromkreis (ac)

Wechselstrom (ac), „sinusförmig“:

Momentan-, Scheitel- und Effektivwerte für Strom und Spannung



Periodendauer T = Zeit zwischen 2 gleichartigen Punkten im Spannungsverlauf. In Europa beträgt die Netzfrequenz 50 Hz ($T=20\text{ms}$), in USA 60 Hz.

Wechselstromkreis (ac)

Wechselstrom (ac), „sinusförmig“:

$$f = \frac{1}{T} \longrightarrow \omega = 2\pi \cdot f$$

f = Frequenz ω = Kreisfrequenz

Vollständig beschriebene(r) Wechselspannung/Wechselstrom:

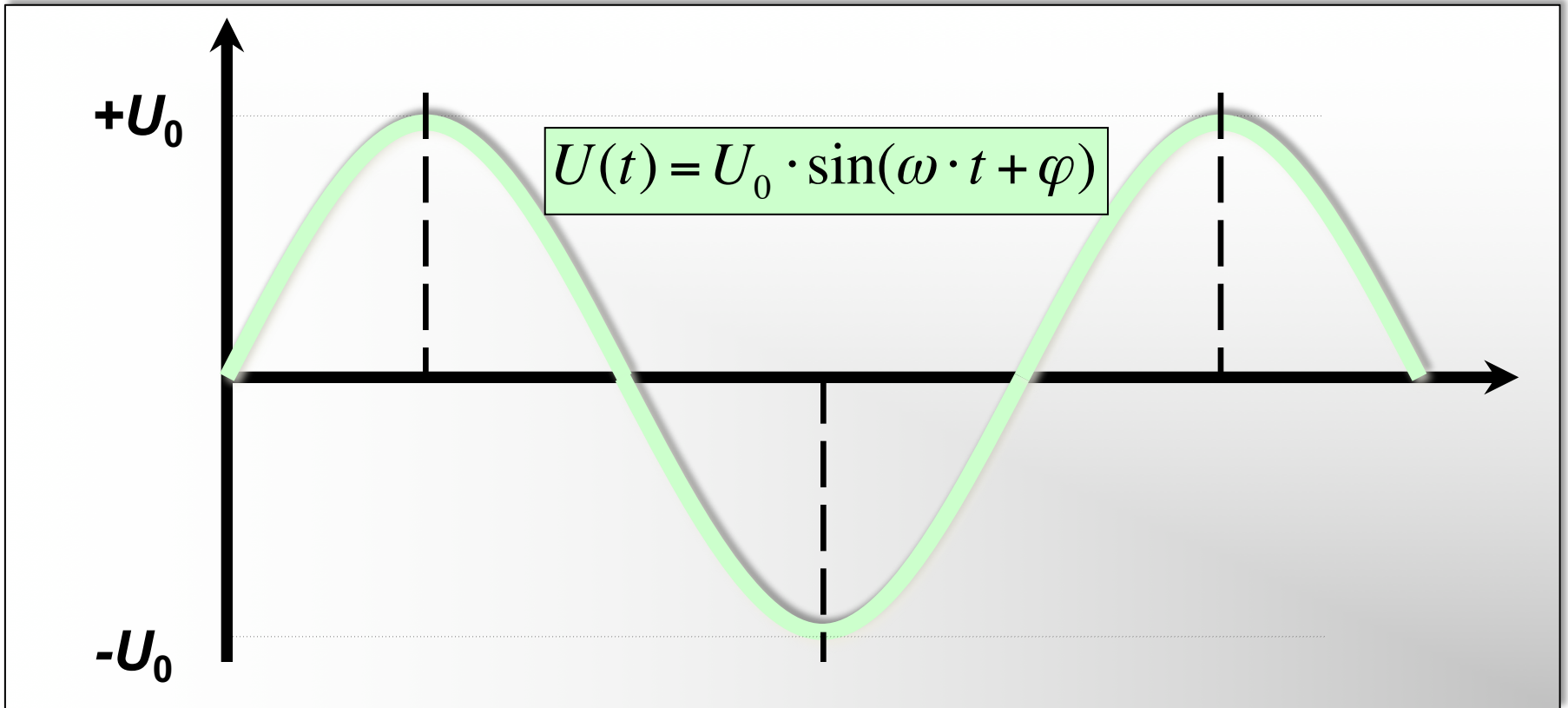
$$U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

φ = Phase

$$I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi')$$

ϕ' = Phase

Sinusförmige Schwingung



U_0 Amplitude

ω Kreisfrequenz [ω] = 1/s

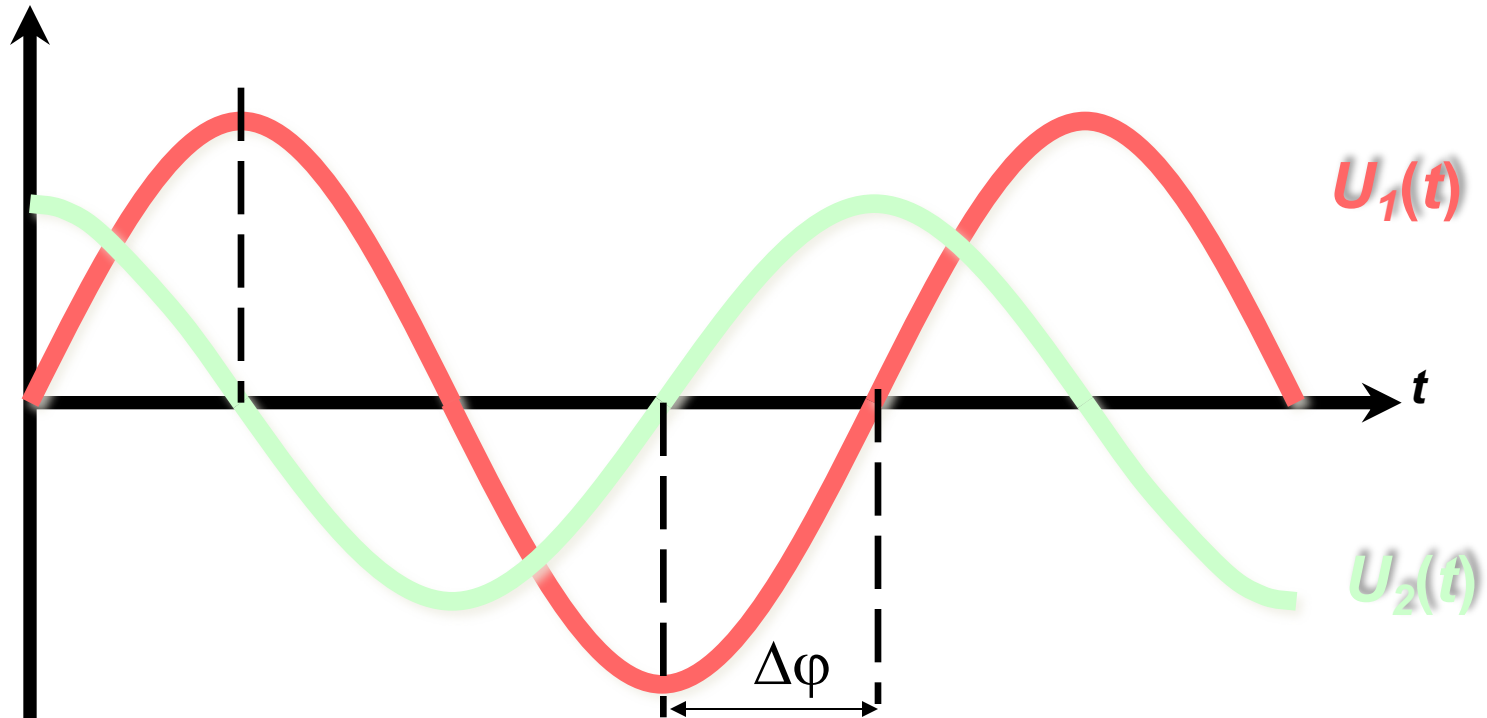
f Frequenz [ν] = 1/s = 1Hz (Hertz)

T Periodendauer [T] = s

φ Phasenverschiebung

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Phase



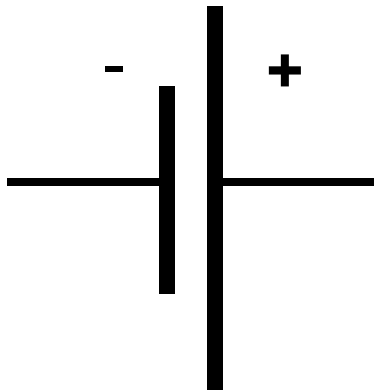
$$U_1(t) = U_{01} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_1)$$

$$U_2(t) = U_{02} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_2)$$

$$\Delta\phi = \varphi_1 - \varphi_2 \quad \text{Phasenverschiebung}$$

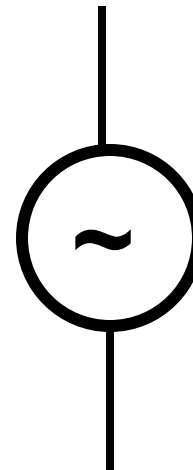
Wechselstromwiderstand

Bisher:



$$U(t) = U_0 = \text{konst.}$$

Jetzt:



$$U(t) = U_0 \sin(\omega t)$$

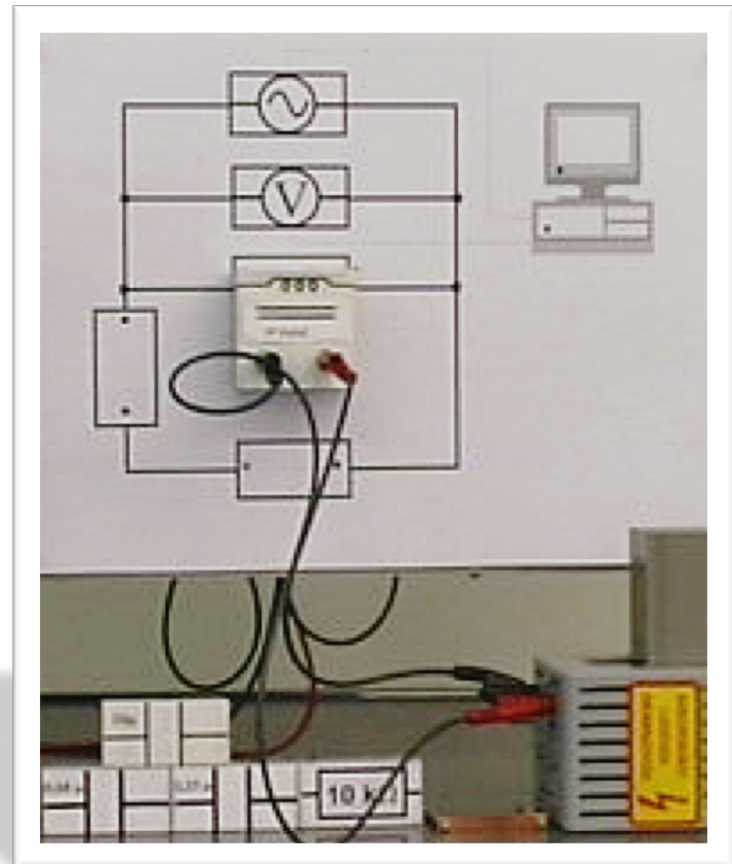
Wechselstromwiderstand

Gleichstromwiderstand $R = \text{Spannung}/\text{Strom}$

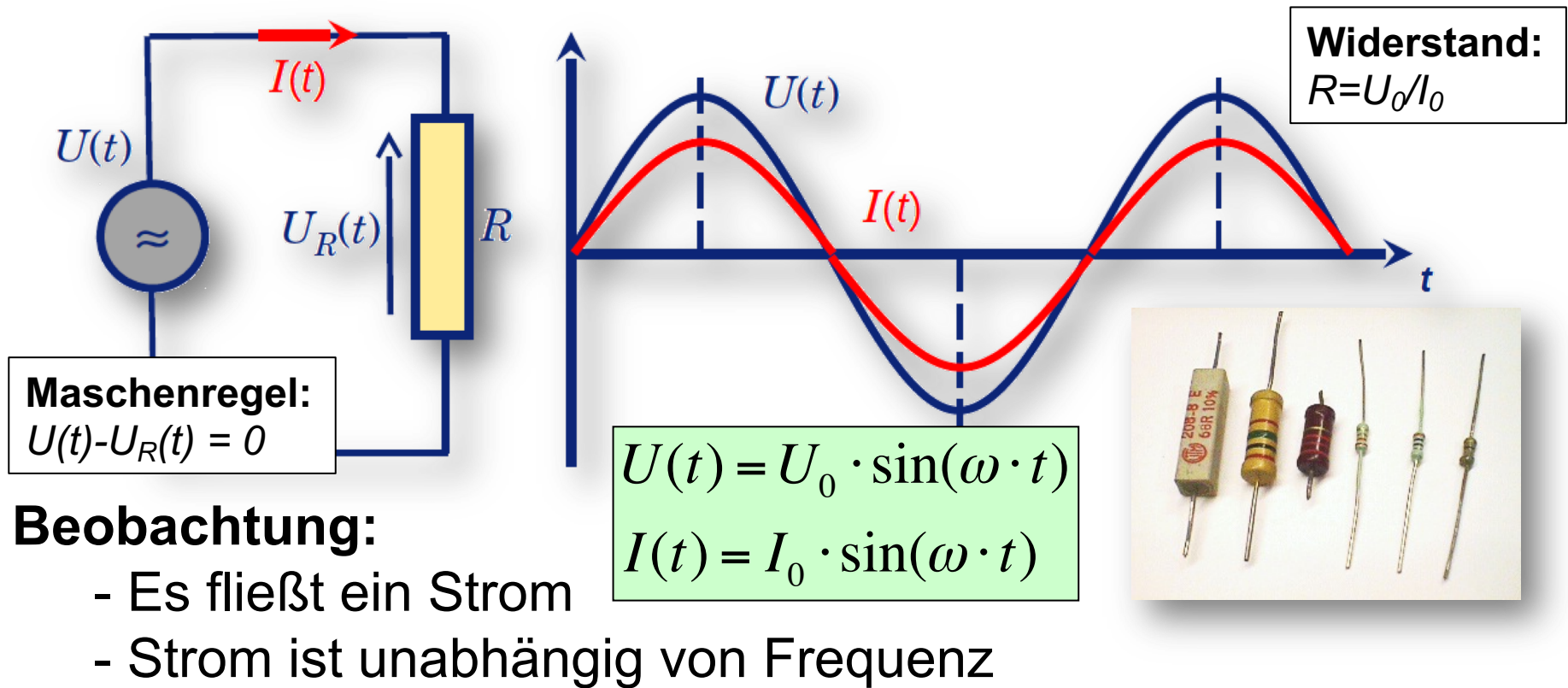
Frage: Wie groß ist der Widerstand in Abhängigkeit von der Frequenz für

- Ohm'schen Widerstand R ?
- Kondensator C ?
- Spule L ?

Frequenzgang?



Strom- und Spannungsverlauf an einem ohm'schen Widerstand



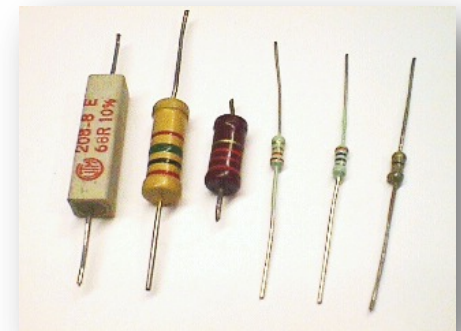
- Wechselspannung erzeugt Wechselstrom durch Widerstand
- Strom & Spannung sind **in Phase**
- Der ideale ohmsche Widerstand ist **frequenzunabhängig**

Leistung im ohmschen Bereich

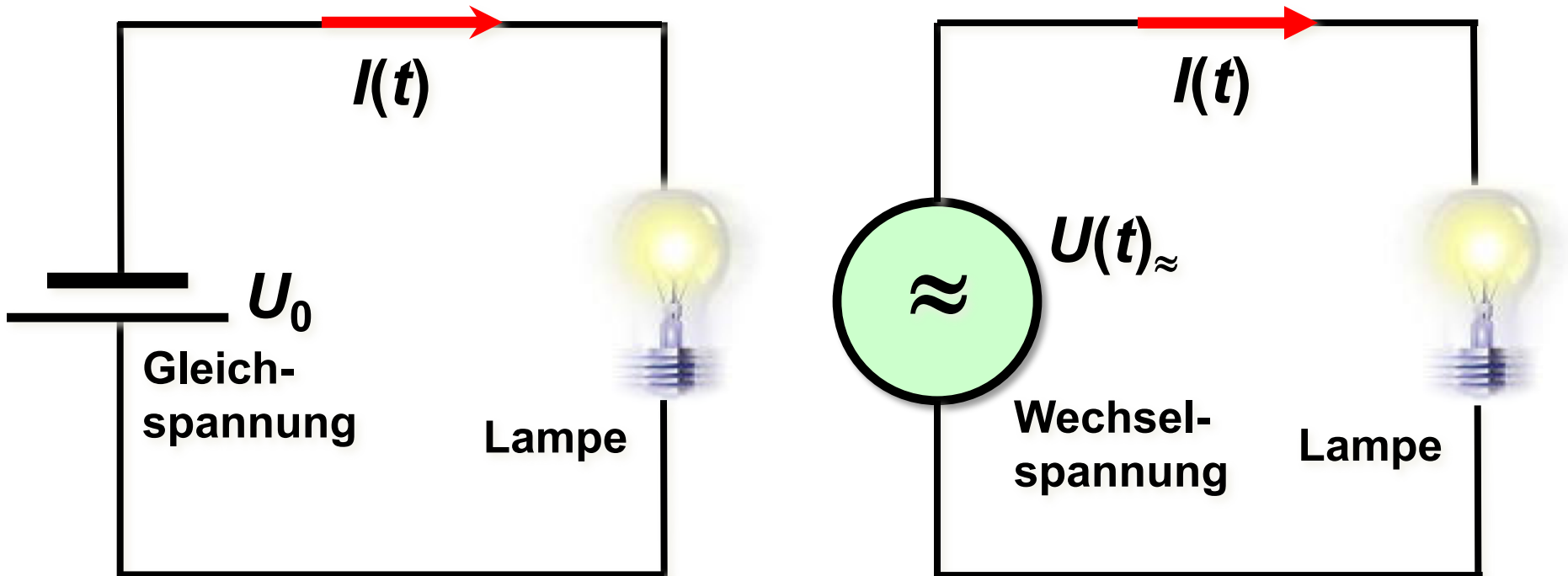
Im ohmschen Bereich wird die gesamte elektrische Leistung in Stromwärme umgewandelt (Wirkungsgrad 100%):



$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$



Leistung bei Wechselströmen



Elektrische Leistung

① Definition: $P = U \cdot I$

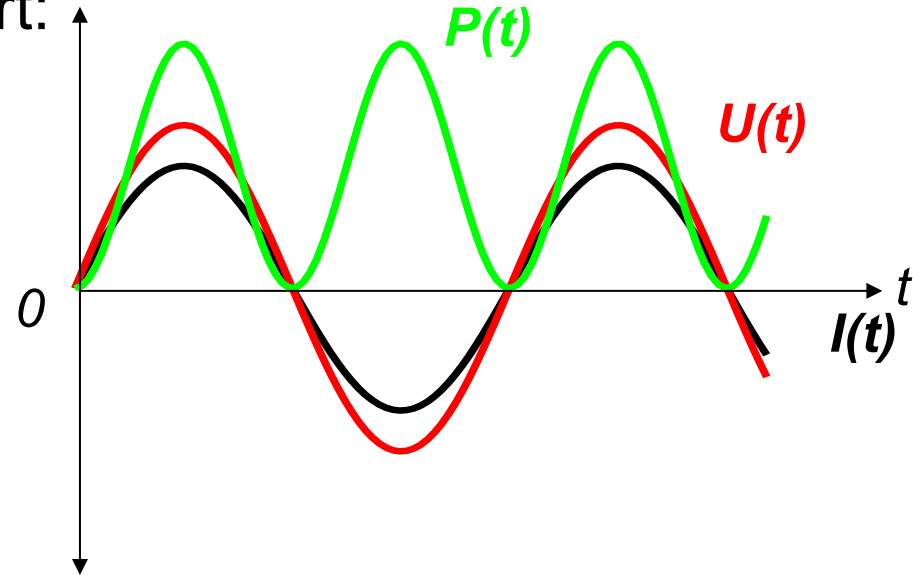
② Ohmscher Verbraucher:
Strom & Spannung in Phase

$$U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

① Momentanleistung oszilliert:

$$\begin{aligned} P(t) &= U(t) \cdot I(t) = \\ &= U_0 \sin(\omega t) \cdot I_0 \sin(\omega t) \\ &= U_0 \cdot I_0 \sin^2(\omega t) \\ &= R \cdot I_0^2 \sin^2(\omega t) \end{aligned}$$



① Zeitlicher Mittelwert:

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T R I_0^2 \sin^2(\omega t) dt = \frac{1}{2} R I_0^2$$

Glühlampen gleich hell

Gleichstromleistung $P_{=} = U_{=} I_{=}$

und

mittlere Wechselstromleistung $P_{\sim} = 1/2 U_0 I_0$

müssen gleich sein

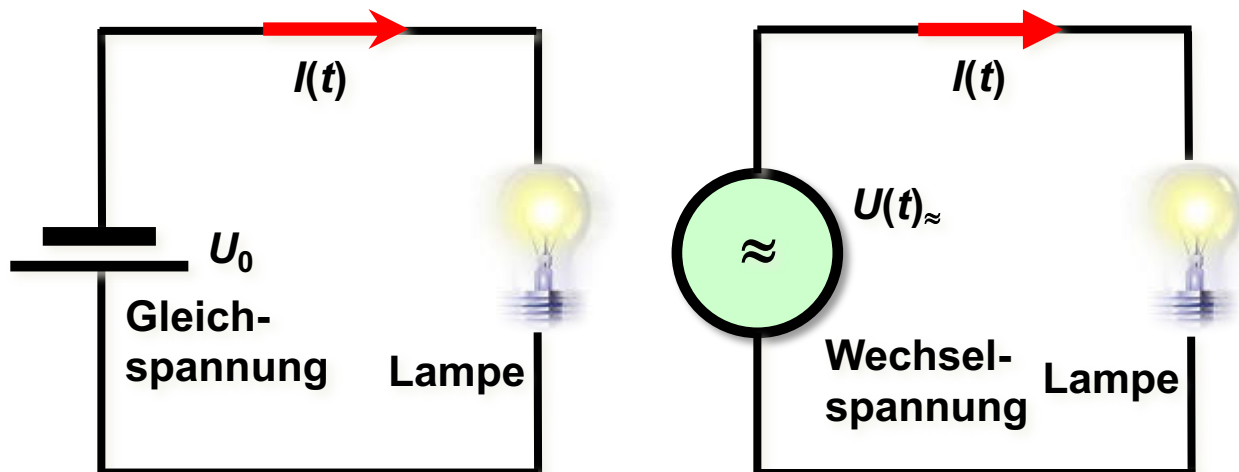
Das ist genau dann der Fall, wenn

$$U_0 = \sqrt{2} U_{=} \quad \& \quad I_0 = \sqrt{2} I_{=}$$

Vergleiche Experiment:

$$U_{=} = 20 \text{ V}$$

$$U_0 = 28 \text{ V} \sim \sqrt{2} U_{=}$$



Wechselstromkreis (ac)

Effektivwerte:

- Effektivwerte stellen einen Zusammenhang zu Gleichströmen her
- Effektivwerte stellen die Werte dar, die ein Gleichstrom haben müsste, um in einem ohmschen Widerstand ($R=\text{const.}$) die gleiche Leistung umzusetzen wie der gegebene Wechselstrom
- Leistung im Wechselstromkreis:

$$P = U_{eff} \cdot I_{eff}$$

Für sinusförmige Wechselspannung:

$$U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

$$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

U_0, I_0 = Scheitelwerte für Spannung, Strom

Effektivwert



- ① Das elektrische Netz liefert Wechselspannung mit einer Frequenz von 50 Hz & einer effektiven Spannung von 230V (Nennwert)

Gemessen Spitzenwert $\sim 320V$ \longrightarrow $320/230 \sim 1.4 \sim \sqrt{2}$
Nennwert 230 V

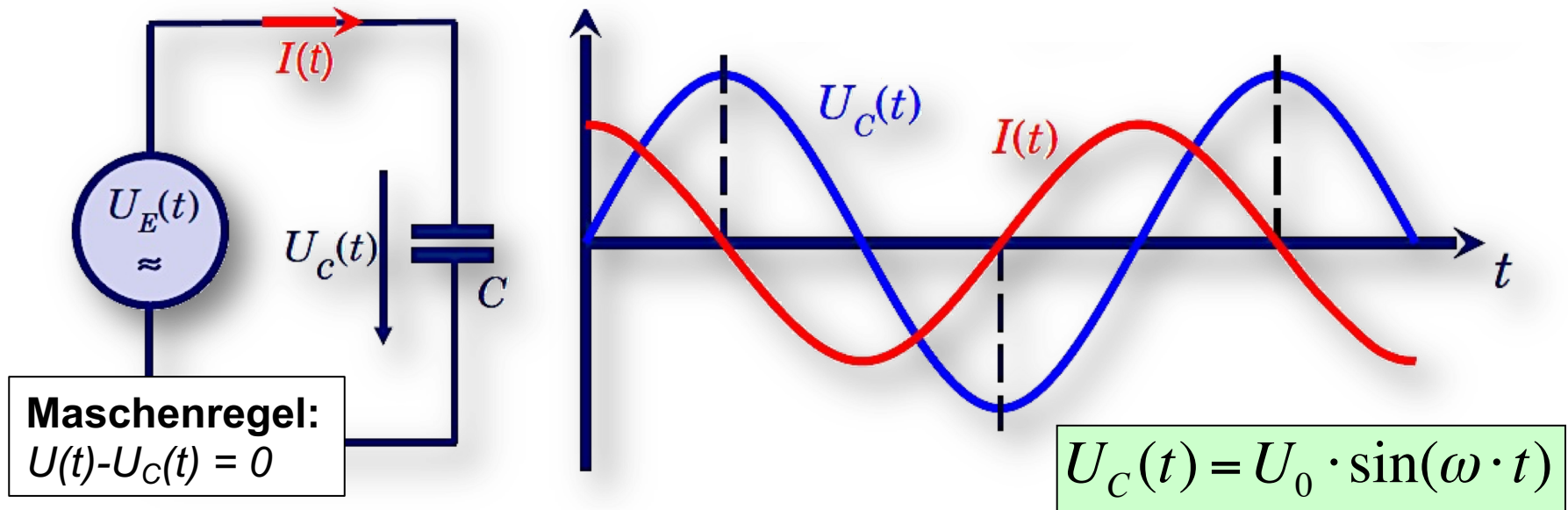
Bei Wechselspannungen wird oft der **Effektivwert** angegeben = Wert, der die gleiche Leistung ergibt wie eine Gleichspannung:

$$U_{\text{eff}} = U_0 / \sqrt{2} = 0.707 U_0 \text{ für sinusförmige Spannung}$$

Spannung & Strommessgeräte zeigen normalerweise den Effektivwert an!

Für andere Spannungsformen gelten andere Proportionalitätsfaktoren

Strom- und Spannungsverlauf an einem Kondensator



Beobachtungen:

- Es fließt ein kontinuierlicher Strom
- Strom **nimmt mit** zunehmender von **Frequenz zu**
- Strom **nimmt mit** zunehmender von **Kapazität zu**

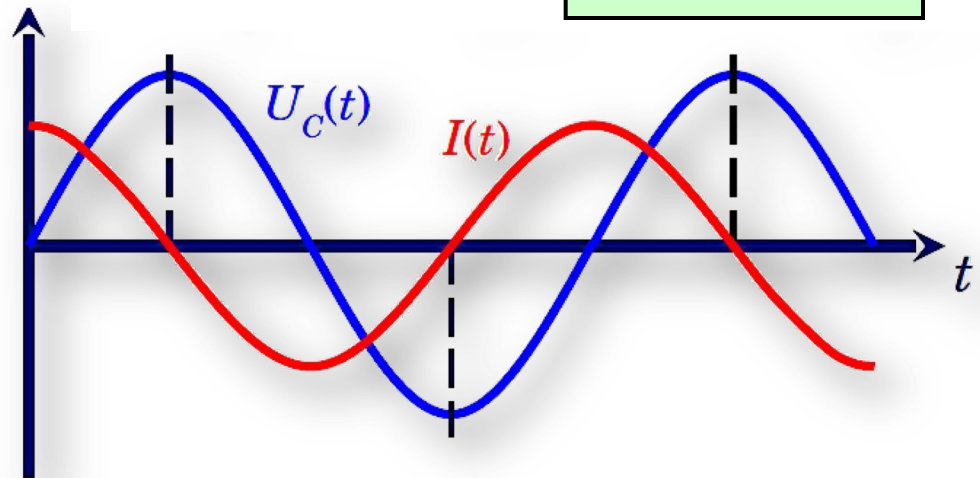
Strom- und Spannungsverlauf an einem Kondensator

Zur Erinnerung

- ① Strom ist Änderung der Ladung pro Zeit:
- ② Kondensatorladung = Kapazität x Spannung:
- ③ → **Stromverlauf:**

$$I = dQ/dt$$
$$Q = C \cdot U_C$$

$$I(t) = C \cdot dU_C/dt$$
$$= \omega C U_0 \cos(\omega t)$$
$$= \omega C U_0 \sin(\omega t + \pi / 2)$$



- Wechselspannung erzeugt Wechselstrom durch Kondensator
- **Strom eilt der Spannung um 90° voraus**
- Für Gleichspannung, d.h. $\omega = 0$, ist der Strom null

Strom- und Spannungsverlauf an einem Kondensator

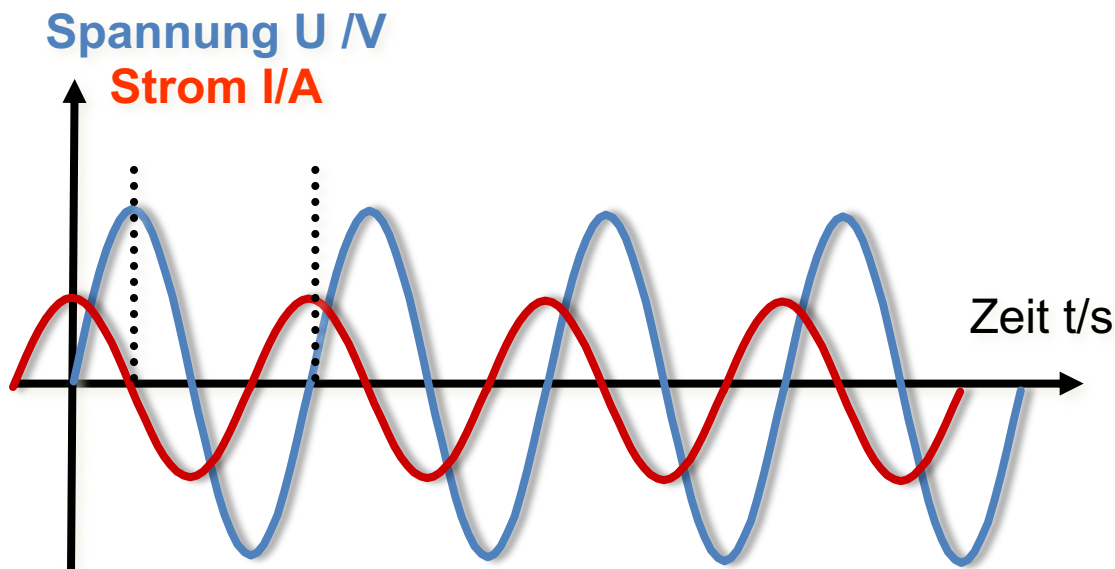
$$C = \frac{Q}{U}$$



$$dQ = C \cdot dU \Rightarrow I = C \cdot \frac{dU}{dt}$$



- Strom proportional zur Änderungsgeschwindigkeit dU/dt der Spannung
- \rightarrow Wenn sich die Spannung nicht ändert, fließt kein Strom
- \rightarrow Wenn die Spannungsänderung am größten ist, fließt maximaler Strom



Strom eilt Spannung um eine viertel Periode voraus:

$$U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + 90^\circ)$$

Blindwiderstand eines Kondensators

Kondensator:

- **Blindwiderstand** = „Ohmsche Beschreibung“ eines Widerstands

- Kondensatorspannung: $U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$

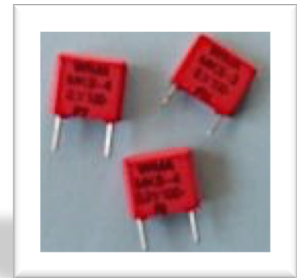
- Kondensatorstrom:

$$I = C \cdot \frac{dU}{dt} = C \cdot \frac{d}{dt} [U_0 \cdot \sin(\omega t)] = C \cdot U_0 \omega \cdot \cos(\omega t) = I_0 \cdot \cos(\omega t)$$

- **kapazitive Widerstand:**

$$X_C = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U_0}{\omega \cdot C \cdot U_0} = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C}$$

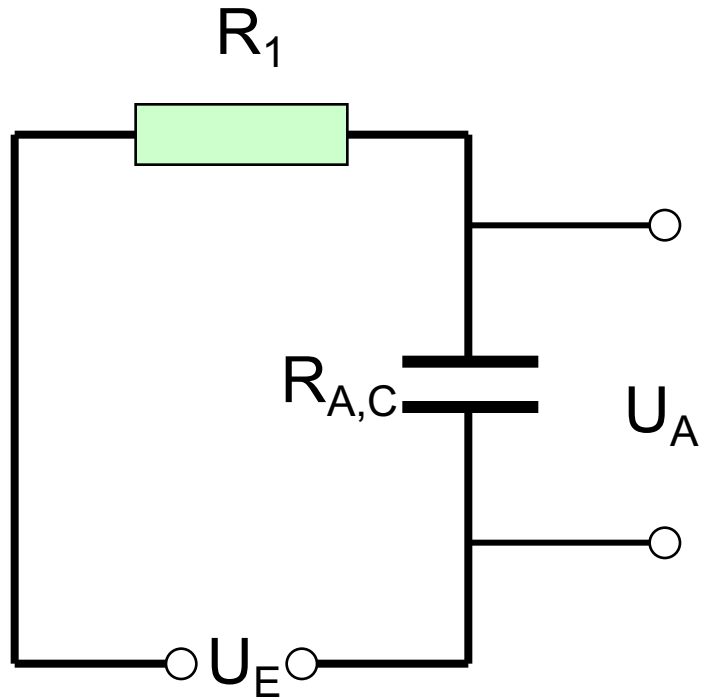
- **Blindwiderstand: Im zeitlichen Mittel wird keine Leistung umgesetzt!**



RC Tiefpass

Tiefpass:

Spannungsteiler-Verhältnis ist **frequenzabhängig**

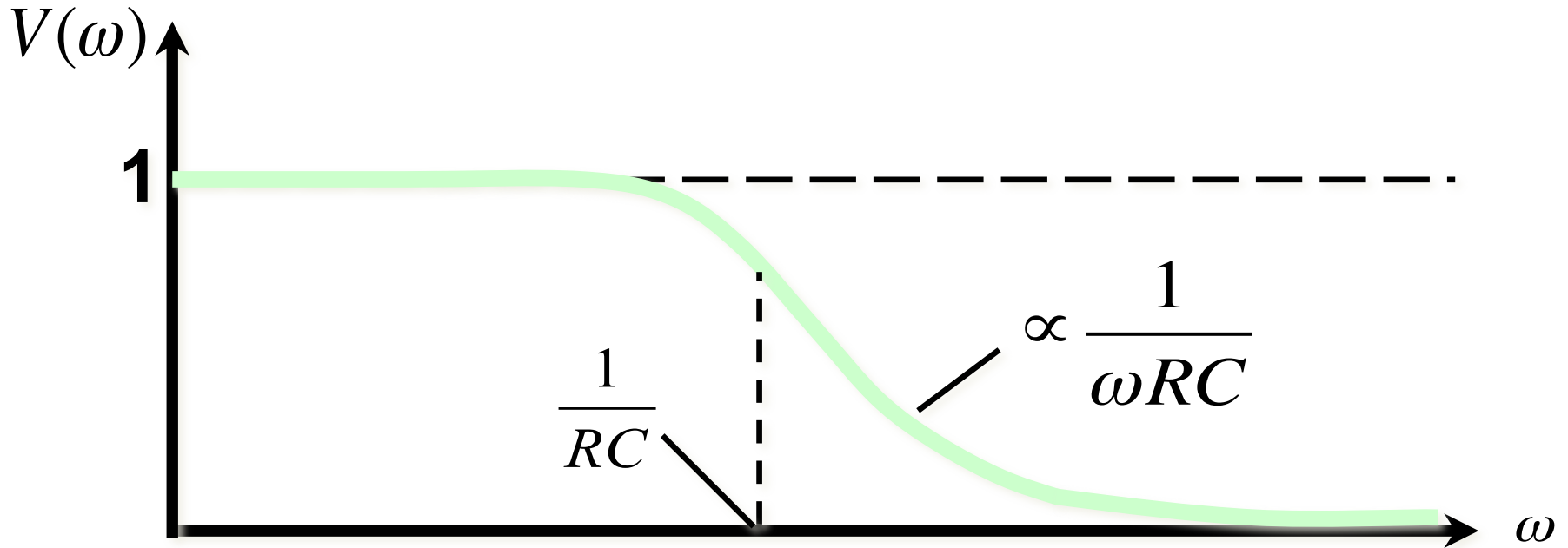


$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{X_C}{\sqrt{X_C^2 + R^2}}$$

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot R \cdot C)^2}}$$

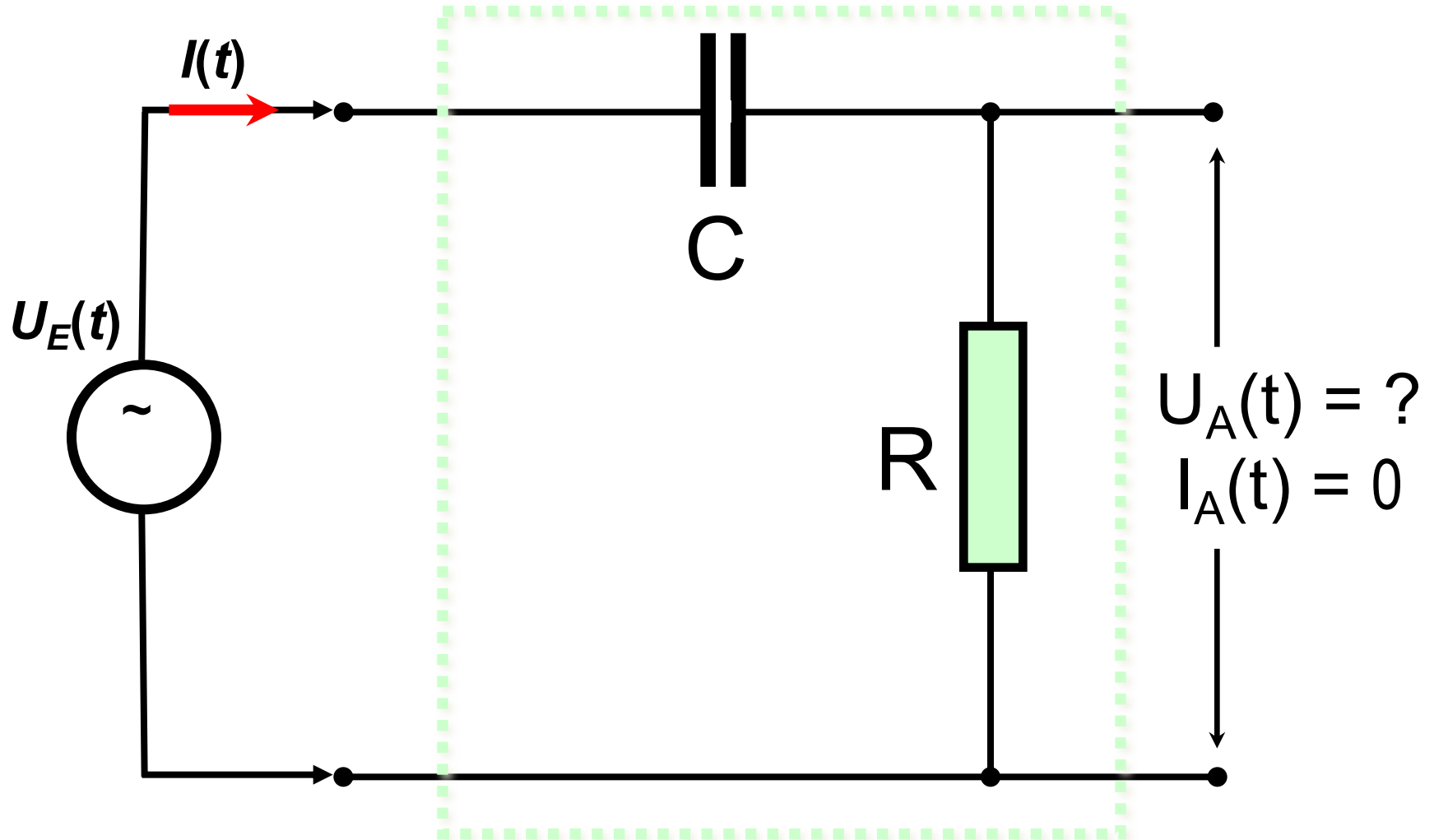
Gleichung geht für hohe Frequenzen gegen 0, für kleine Frequenzen gegen 1

Frequenzgang eines Tiefpasses



- **Frequenzgang** = Verhältnis von Ausgangs zu Eingangsspannung als Funktion der Frequenz
- Werden die tiefen Frequenzen ohne Abschwächung ($V = 1$) übertragen so spricht man von einem **Tiefpass**
- Tiefe Frequenzen $X_C = 1/\omega C \gg R \quad V \sim 1$
- Hohe Frequenzen $X_C = 1/\omega C \ll R \quad V \sim 0$

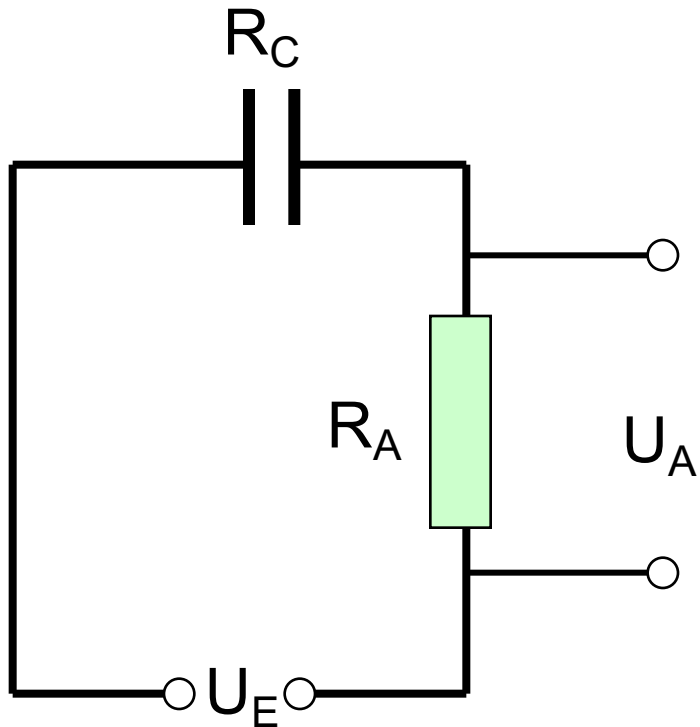
RC Hochpass



RC Hochpass

Hochpass:

Spannungsteiler-Verhältnis ist frequenzabhängig

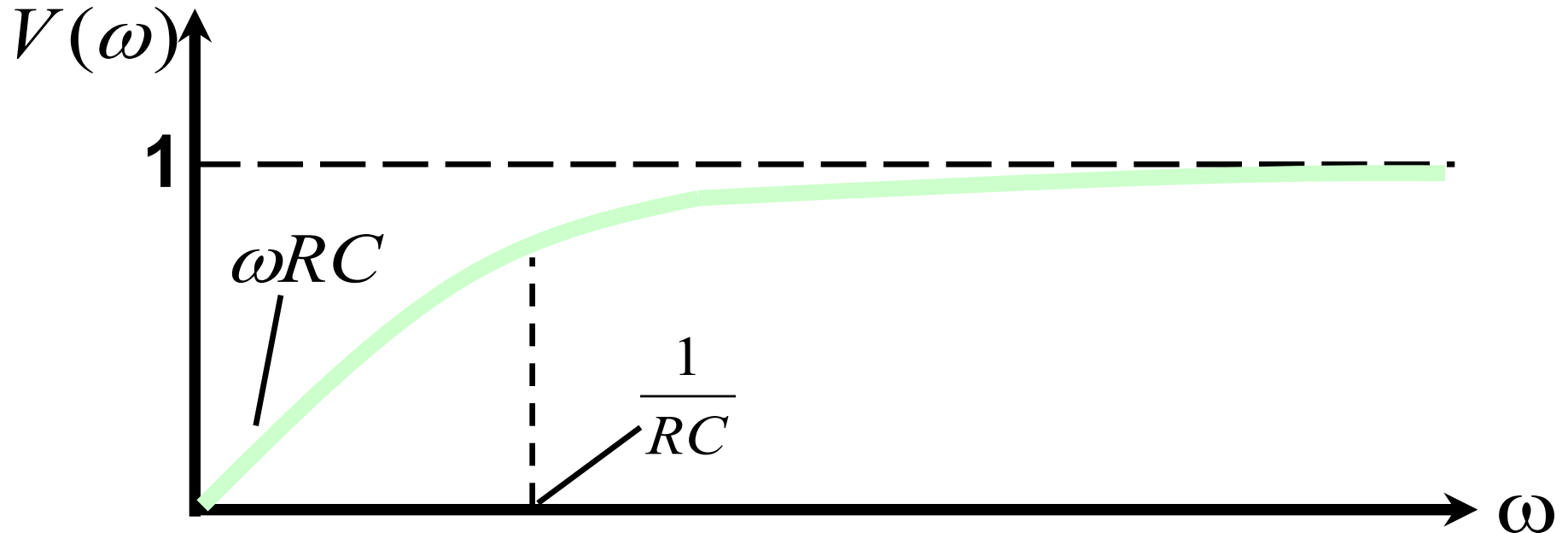


$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{R}{\sqrt{X_C^2 + R^2}}$$

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot R \cdot C)^2}}}$$

Formel geht für hohe Frequenzen gegen 1, für kleine Frequenzen gegen 0

Frequenzgang eines Hochpasses



Werden die hohen Frequenzen ohne Abschwächung ($V = 1$) übertragen so spricht man von einem **Hochpass**

E1 Oszilloskop



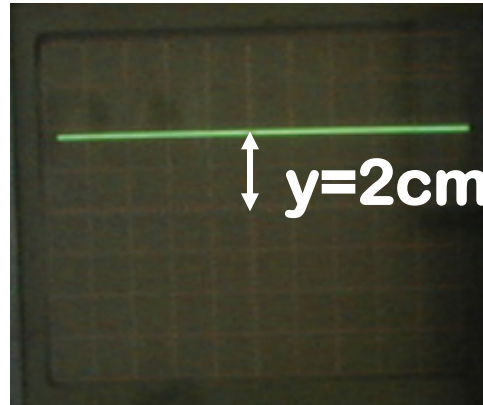
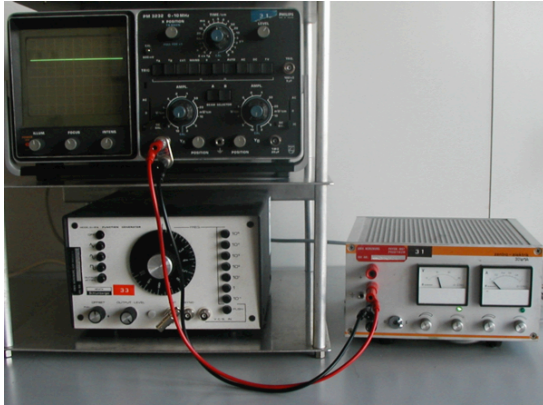
Horizontale Achse (x-Achse): Zeitachse

$$t = v_t \cdot x(t)$$

Vertikale Achse (y-Achse): Spannungsachse

$$U = v_U \cdot y(U)$$

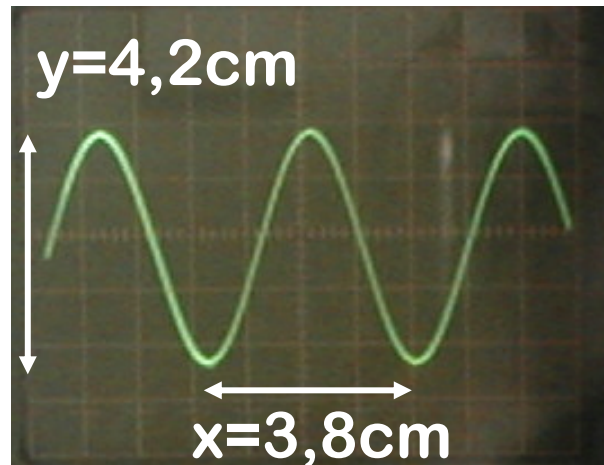
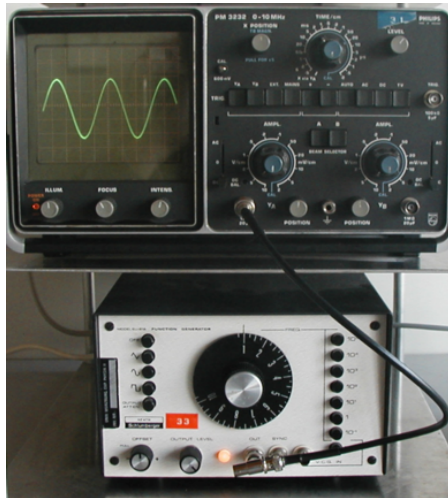
Messung von Gleich- und Wechselspannung mit dem Oszilloskop



Gleichspannung

$$v_U = 5\text{V/cm}$$

$$U = 2\text{cm} \cdot 5\text{V/cm} = 10\text{V}$$



Wechselspannung

$$v_U = 5\text{V/cm} \quad v_t = 2\text{ms/cm}$$

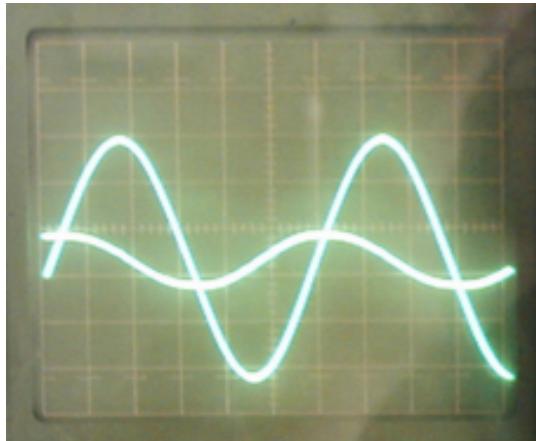
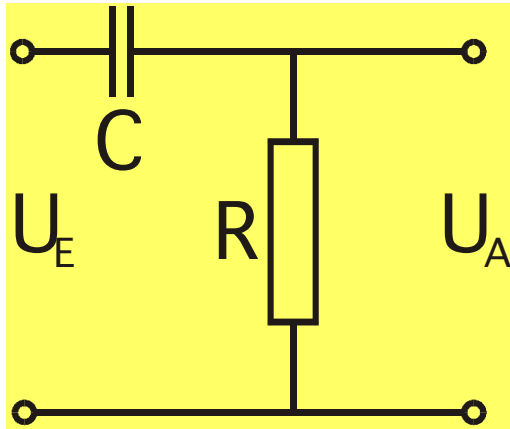
$$2\hat{U} = 4,2\text{cm} \cdot 5\text{V/cm} = 21\text{V}$$

$$T = 3,8\text{cm} \cdot 2\text{ms/cm} = 7,6\text{ms}$$

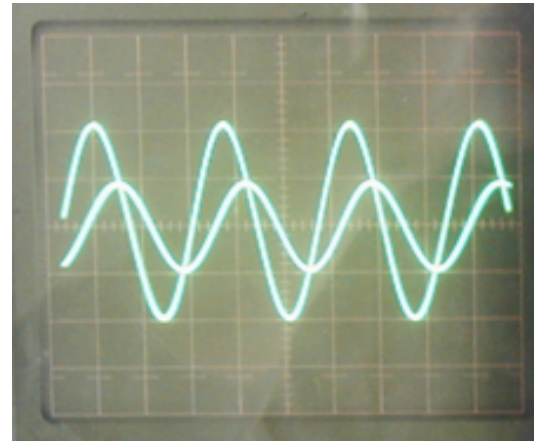
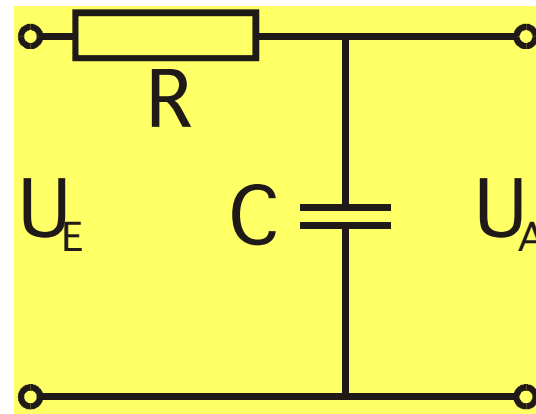
$$f = 1/T = 132\text{ Hz}$$

Übertragung einer sinusförmigen Spannung an Hoch- und Tiefpass

Hochpass



Tiefpass



Wheatstone'sche Brücke

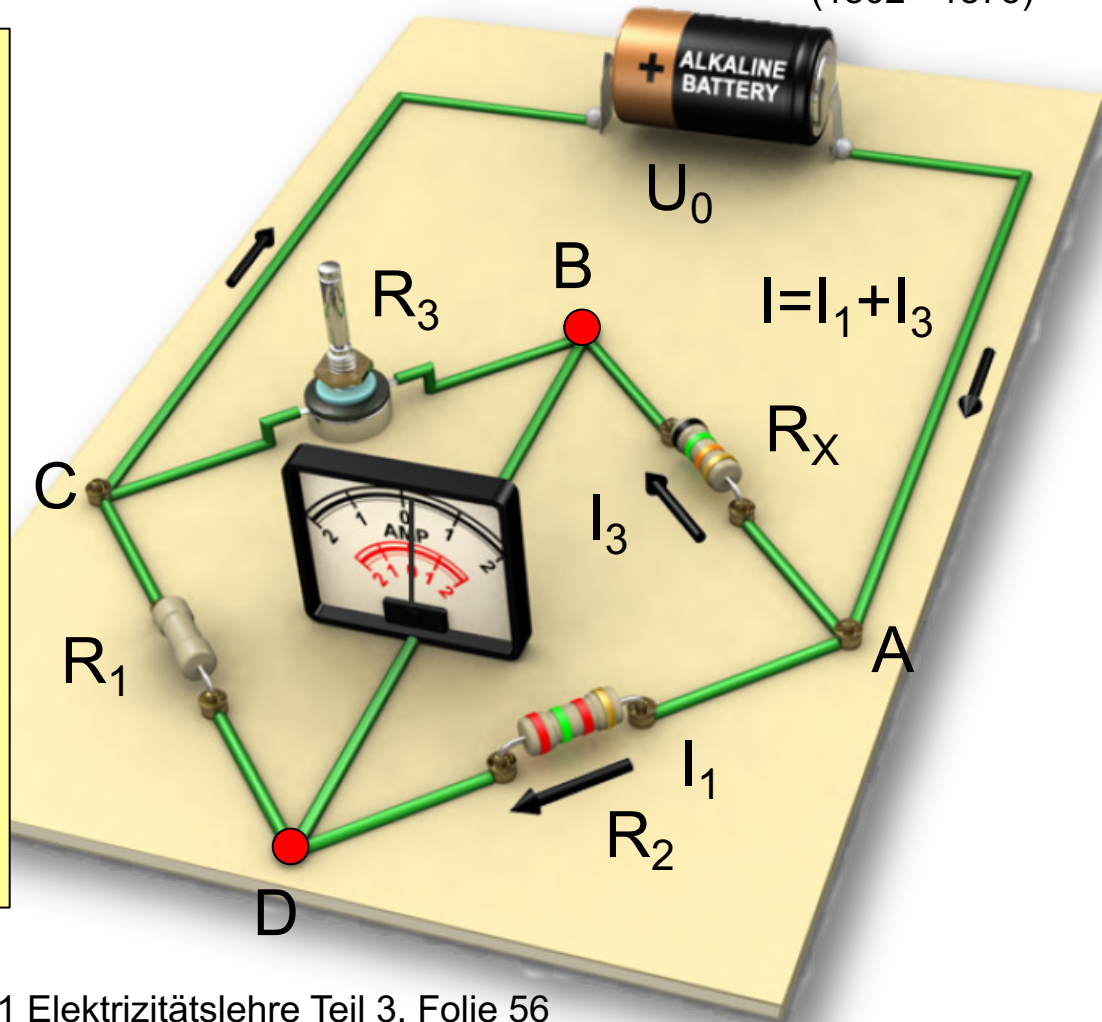
W.B. wird zur Messung eines unbekannten Widerstands R_X verwendet: z.B. Bauteilcharakterisierung



Charles Wheatstone
(1802 - 1875)

Grundidee:

- ① Widerstände R_1 , R_2 , R_3 exakt bekannt
- ② Strommessgerät vergleicht die Potentiale zwischen den roten Punkten D & B
- ③ R_3 ist ein variabler Widerstand & wird so eingestellt, dass das Strommessgerät null anzeigt
- ④ Bei Potentialgleichheit, wird kein Strom fließen!



Wheatstone'sche Brücke



Charles Wheatstone
(1802 - 1875)

R_3 wird so lange abgeglichen, so dass kein Strom mehr fließt: B & D auf gleichem Potential, d.h.

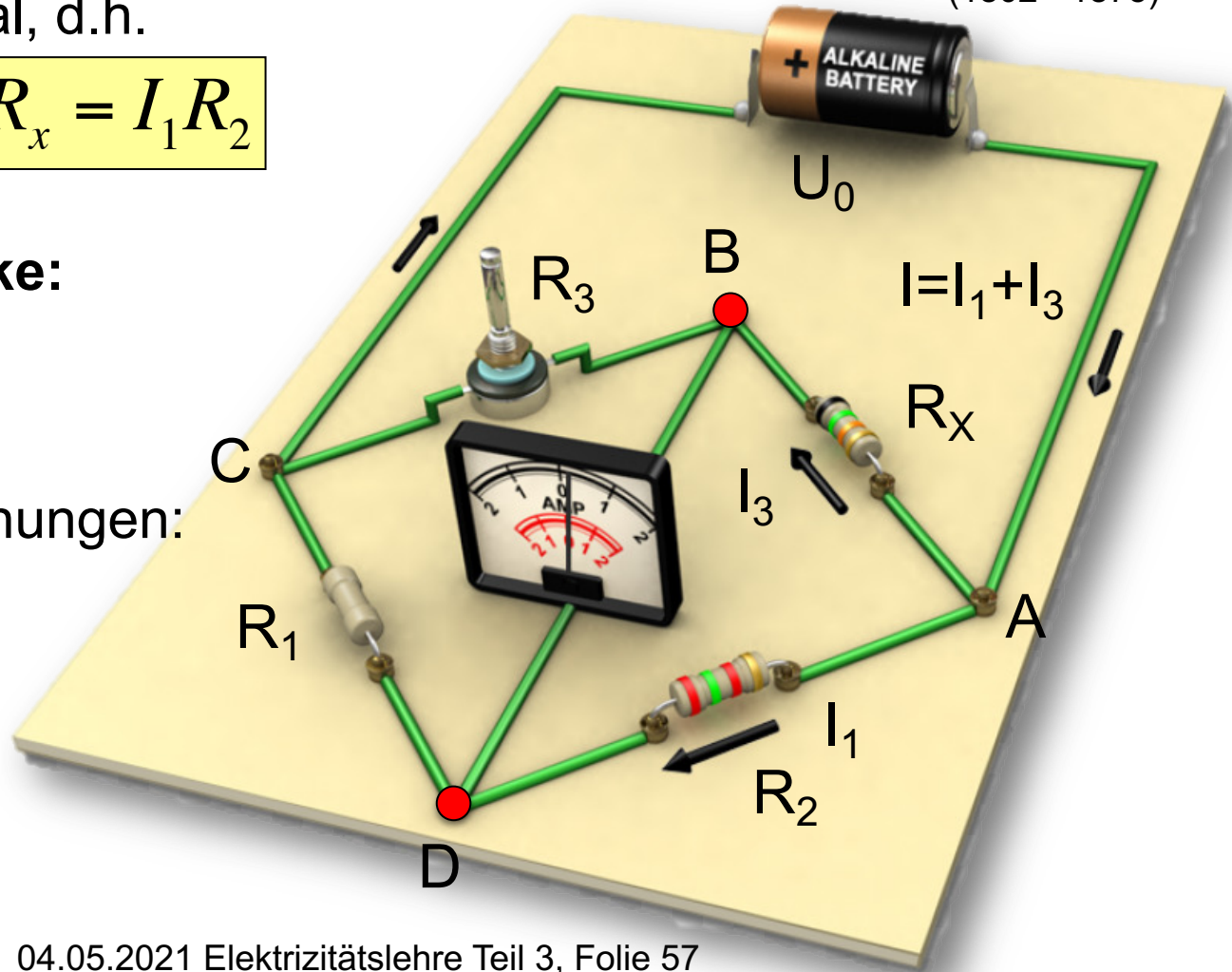
$$U_{AB} = U_{AD} \Rightarrow I_3 R_x = I_1 R_2$$

Abgeglichene Brücke:

$$I_3 R_3 = I_1 R_1$$

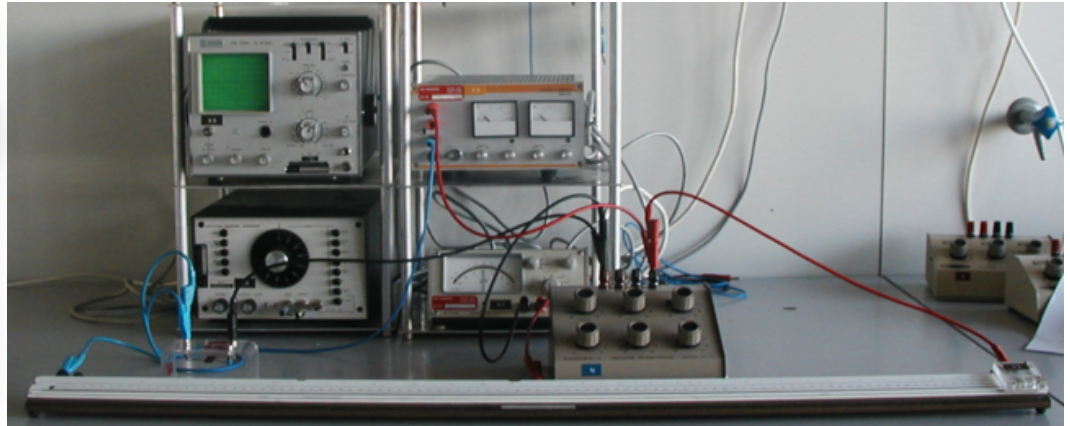
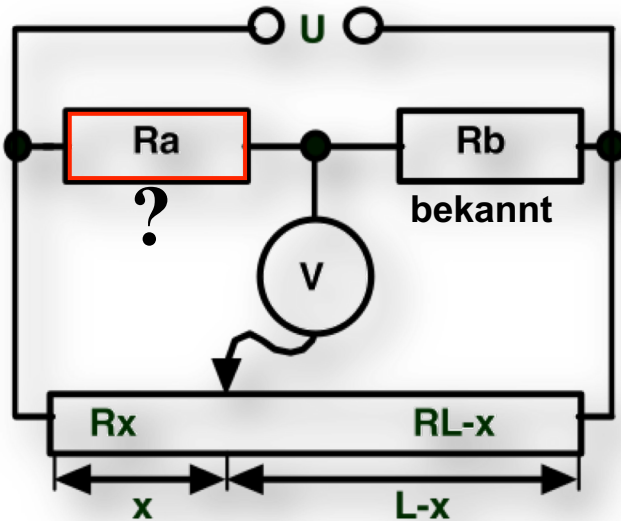
Division beider Gleichungen:

$$R_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}$$



Bestimmung von Widerständen

Brückenmethode: Wheatstone-Brücke



Prinzip: Kompensation der Spannung V auf Null durch Einstellen eines kalibrierten Potentiometers

Dann gilt:

$$\frac{R_a}{R_b} = \frac{R_x}{R_{L-x}} = \frac{x}{L-x} \Rightarrow R_a$$