

Vorlesung Algorithmen für Geographische Informationssysteme SS 2021 Polygonzug-Distanzen

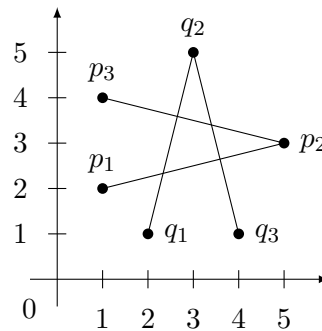
Abgabe: Mittwoch 28. April in 2er Gruppen über die E-Learning-Seite der Lehrveranstaltung:

<https://wuecampus2.uni-wuerzburg.de/moodle/course/view.php?id=45362>

Bitte geben Sie auf Ihrer Ausarbeitung die Namen beider Gruppenteilnehmer an.

1 Hausdorff und Fréchet

Ihnen sind zwei Polygonzüge als Punktfolgen $P = (p_1, p_2, p_3)$ und $Q = (q_1, q_2, q_3)$ gegeben. Die Punkte sind durch $p_1 = (1, 2)$, $p_2 = (5, 3)$, $p_3 = (1, 4)$ und $q_1 = (2, 1)$, $q_2 = (3, 5)$, $q_3 = (4, 1)$ wie in der Abbildung gegeben.



- (a) Berechnen Sie die Hausdorff-Distanz $d_{\text{hdorff}}(P, Q)$, und stellen Sie zeichnerisch dar, wie diese Distanz zustande kommt. (2 Punkte)
- (b) In der Vorlesung haben Sie einen Algorithmus kennengelernt, mit dem man entscheiden kann, ob die Fréchet-Distanz $d_{\text{fréchet}}(P, Q)$ zwischen einem Polygonzug P mit m Ecken und einem Polygonzug Q mit n Ecken größer ist als ein gegebener Wert ε . Dieser Algorithmus beruht auf dem Freiraumdiagramm für P und Q , das aus $(m - 1) \times (n - 1)$ Zellen besteht.
- Erstellen Sie das Freiraumdiagramm für die gegebenen Polygonzüge P und Q , um zu entscheiden, ob $d_{\text{fréchet}}(P, Q) > d_{\text{hdorff}}(P, Q)$. Sie müssen die Ellipsen, die den Freiraum bilden, nicht zeichnen. Berechnen Sie aber ihre Schnittpunkte mit den zugehörigen Zellen des Freiraumdiagramms und stellen Sie diese zeichnerisch dar. Entscheiden Sie dann anhand dieser Zeichnung, ob $d_{\text{fréchet}}(P, Q) > d_{\text{hdorff}}(P, Q)$. (5 Punkte)
- (c) Begründen Sie, warum niemals gilt, dass $d_{\text{fréchet}}(P, Q) < d_{\text{hdorff}}(P, Q)$ (1 Punkte)
- (d) Der Polygonzug Q' enthält die Punkte aus Q in umgekehrter Reihenfolge, das heißt, $Q' = (q_3, q_2, q_1)$. Welche der folgenden Gleichungen sind korrekt? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)

- (a) $d_{\text{hdorff}}(P, Q) = d_{\text{hdorff}}(P, Q')$
(b) $d_{\text{hdorff}}(Q, Q') = 0$
(c) $d_{\text{fréchet}}(P, Q) = d_{\text{fréchet}}(P, Q')$
(d) $d_{\text{fréchet}}(Q, Q') = 0$

2 Freiraum-Zellen

Betrachten Sie das Freiraumdiagramm, das benutzt wird um zu überprüfen, ob die Fréchet Distanz zwischen zwei Polygonzügen höchstens ε ist. Wenn wir nur zwei einzelne Liniensegmente betrachten (also $n = m = 1$), so ist das Freiraumdiagramm definiert als

$$F_\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} \{ (s, t) \in [0, 1]^2 \mid d(p_1(s), p_2(t)) \leq \varepsilon \}$$

Beachten Sie, dass diese Definition auf s und t beruht, also dem *Parameter Raum*. Zeigen Sie: F_ε ist eine Ellipse geschnitten mit $[0, 1]^2$. (4 Punkte)