



FLIPPING OUT

Stefan Finckh, Biko Makinya

PROBLEMBESCHREIBUNG

- Es existieren Erfinder und Räume
- Raumverteilung:
 - Jeder Erfinder schreibt zwei Raumnummern auf die beiden Seiten einer fairen Münze (d.h. eine Nummer pro Seite)
 - Alle Münzen werden gleichzeitig geworfen
 - Falls ein Raum mehrfach verteilt wurde werden alle Münzen erneut geworfen
- Der Host des Events ist selbst ein Erfinder und will einen Vorteil bei der Verteilung

SIE SIND GEFRAGT!

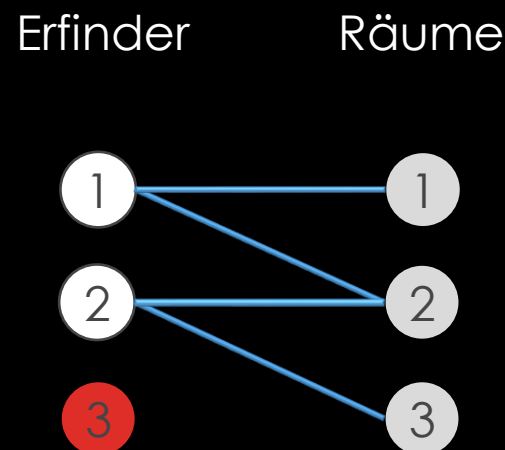
- Host will Räume bewerten, Programm gibt zwei Raumnummern aus
- Programm erhält Münzen aller anderen Erfinder als Input
- Keine Raumverteilung möglich \Rightarrow „impossible“ ausgeben
- Niemals zwei Raumnummern vorschlagen, die die Raumverteilung unmöglich machen

INPUT

- Erste Zeile: $2 \leq n < 50\,000$: Anzahl Erfinder = Anzahl Räume
- Folgende $n - 1$ Zeilen: Münzen der $(n - 1)$ Erfinder (d.h. ohne den Host)
 - Zeile i : “ $a\ b$ ” mit $(1 \leq a < b \leq n)$ und a und b sind die Raumwünsche von Erfinder i
- Letzte Zeile: n Integer v_1, \dots, v_n mit $v_i =$ Bewertung des Raums i
- Bsp.:

Input

```
3
1 2
2 3
100 40 70
```



OUTPUT

- Eine Zeile mit den Raumnummern a und b die vom Host ausgewählt werden sollten um die erwartete Bewertung zu maximieren.
- Falls es mehrere optimale Möglichkeiten gibt, soll das Programm die beiden kleinsten Raumnummern in aufsteigender Reihenfolge auswählen.

- Bsp.:

Input

3

1 2

2 3

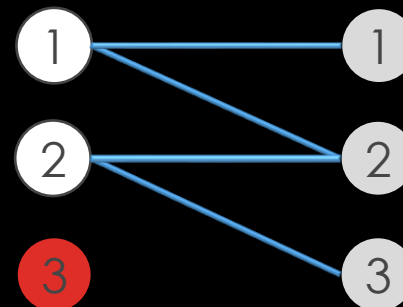
100 40 70

Output:

1 3

Erfinder

Räume



AUSGABE

Verfügbare Räume ermitteln:

- Impossible
 - ein verfügbarer Raum i
 - Output: i <kleinster unmöglicher Raum> bzw. Umgekehrt
 - Alle Räume verfügbar
 - Output: i, j mit $i < j$ und i, j haben die höchsten Bewertungen von allen Räumen
- $1 < | \text{verfügbare Räume} | < n$
 - Seien i, j die verfügbaren Räume mit den beiden höchsten Bewertungen. Und sei k die niedrigste Raumnr. eines nicht verfügbaren Raumes
 - Falls Bewertung(i) = Bewertung(j):
Output: die beiden niedrigsten Elemente aus $\{i, j, k\}$ in aufsteigender Reihenfolge
 - Falls Bewertung(i) \neq Bewertung(j):
Output: <am höchsten bewerteter verfügbarer Raum> k bzw. umgekehrt

IMPOSSIBLE

Input

4

1 2

1 2

1 2

1 1 1 1

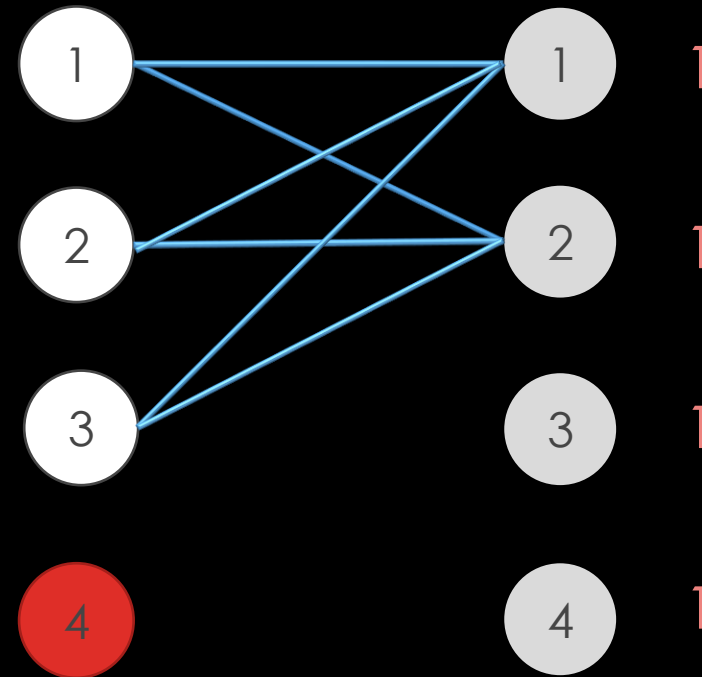
Output

impossible

Erfinder

Räume

Bewertung



EIN VERFÜGBARER RAUM

Input

4

1 2

2 3

1 3

2 3 4 1

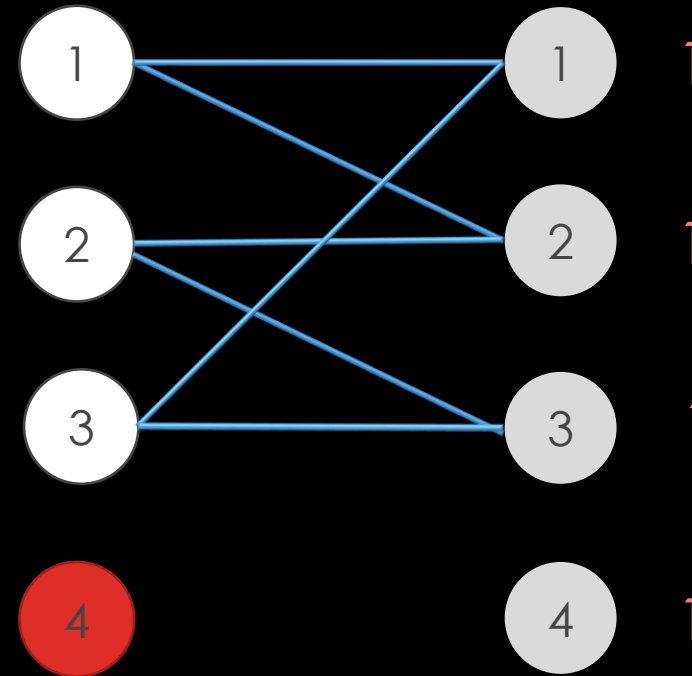
Output

1 4

Erfinder

Räume

Bewertung



ALLE RÄUME VERFÜGBAR

Input

4

1 2

2 3

100 40 70

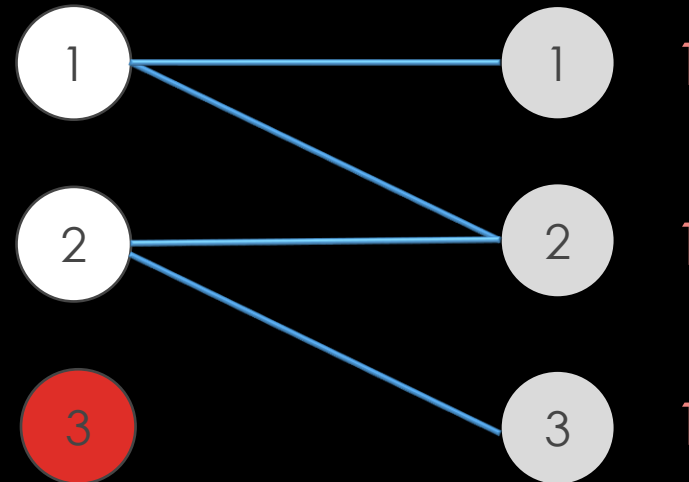
Output

1 3

Erfinder

Räume

Bewertung



$$\text{BEWERTUNG}(I) = \text{BEWERTUNG}(J)$$

Input

4

1 2

3 4

3 4

1 1 1 1

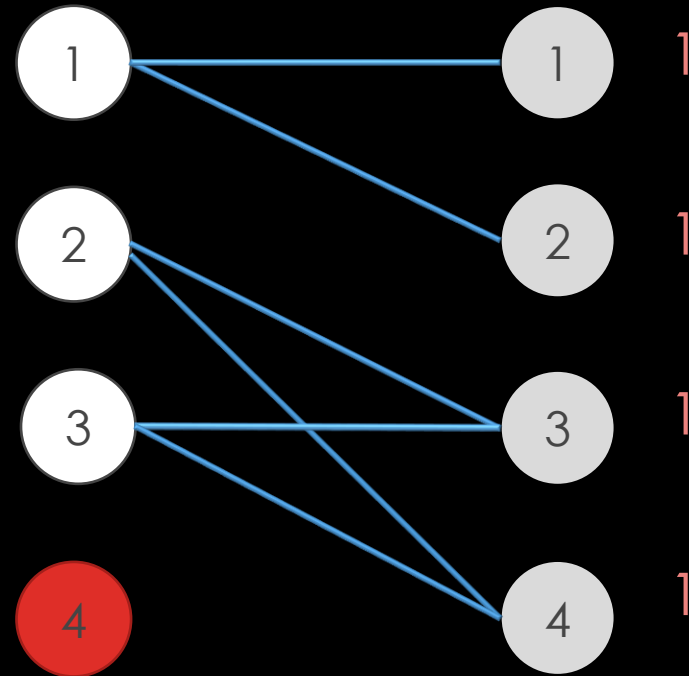
Output

1 2

Erfinder

Räume

Bewertung



BEWERTUNG(I) \neq BEWERTUNG(J)

Input

4

1 2

3 4

3 4

2 1 1 1

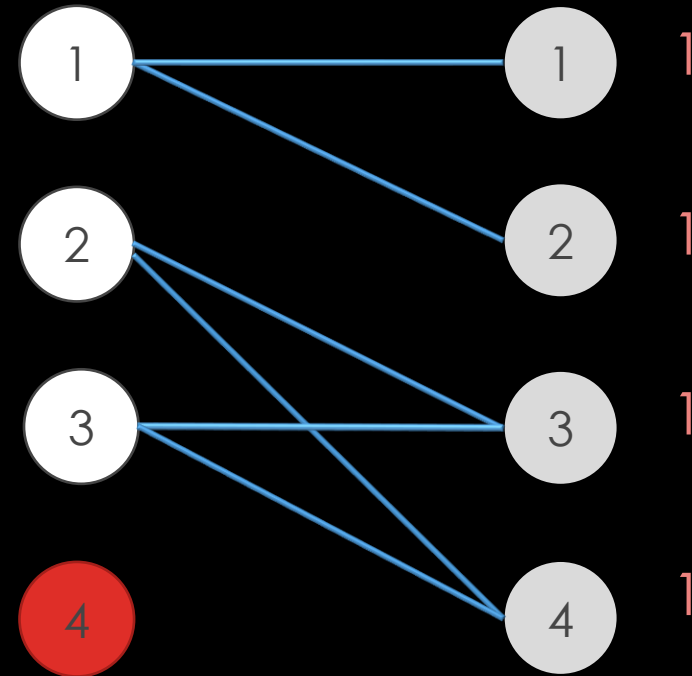
Output

1 3

Erfinder

Räume

Bewertung



ANSATZ

Input

4

1 2

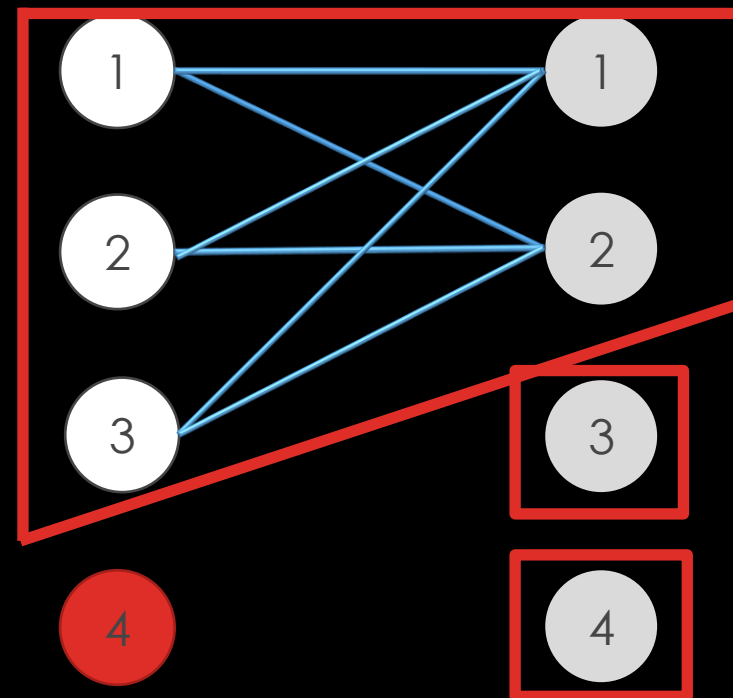
1 2

1 2

1 1 1 1

Erfinder

Räume



Input

4

1 2

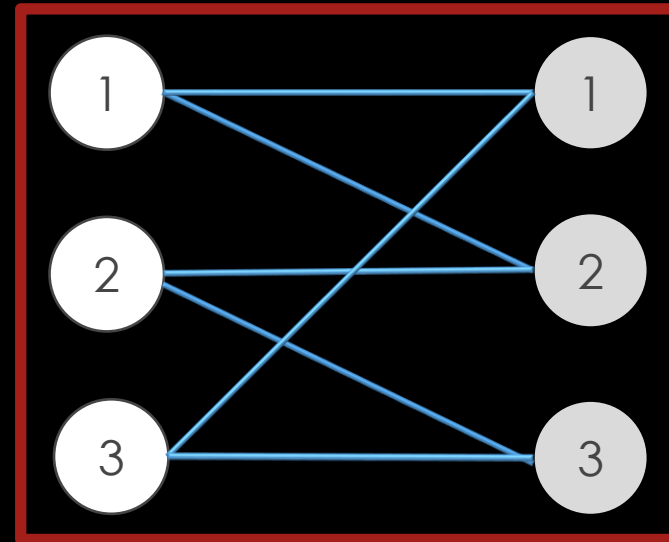
2 3

1 3

2 3 4 1

Erfinder

Räume



ZUSAMMENFASSUNG

1. Weniger Erfinder als Räume in ZK
⇒ Alle Räume in ZK verfügbar
2. Gleich viele Erfinder wie Räume in ZK
⇒ Kein Raum in ZK verfügbar
3. Mehr Erfinder als Räume in ZK
⇒ Impossible

IMPLEMENTIERUNG

Es empfiehlt sich die verfügbaren Räume so abzuspeichern dass man für einen Raum in konstanter Zeit ermitteln kann ob er verfügbar ist
z.B. HashSet in Java

KORREKTHEIT

- Korrekte Raumverteilung \Leftrightarrow perfekte Paarung
- Spezifische Teilmengen reichen in unserem Fall aus

Der Heiratssatz

[Hall 1935]

Aufgabe. Finden Sie eine *notwendige* Bedingung für die Existenz einer perfekten Paarung in $G = (D \dot{\cup} H, E)$!

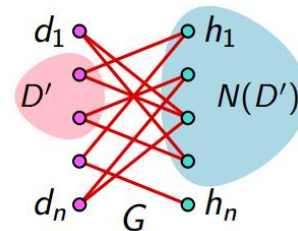
Lösung. Für jedes $D' \subseteq D$ muss gelten: $|D'| \leq |N(D')|$.

Satz. Dies ist auch hinreichend.

Das heißt:

G hat eine perfekte Paarung \Leftrightarrow
für jedes $D' \subseteq D$ gilt $|D'| \leq |N(D')|$.

Modell.



Beweis
später!

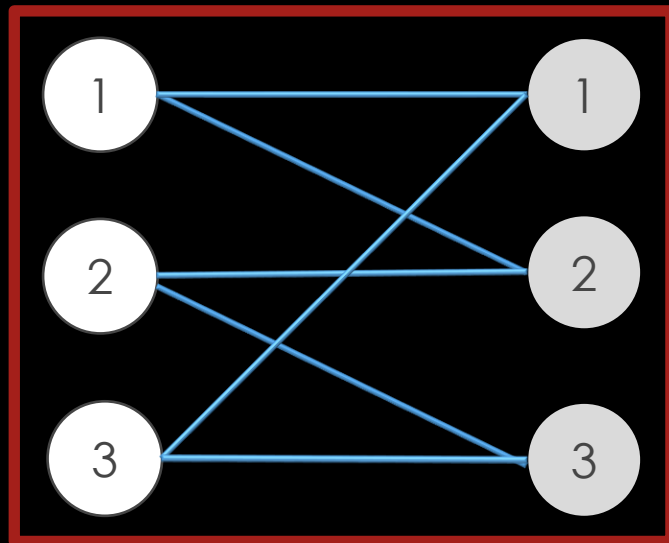
Philip Hall
1904 London – 1982 Cambridge



KEIN RAUM VERSCHWINDET

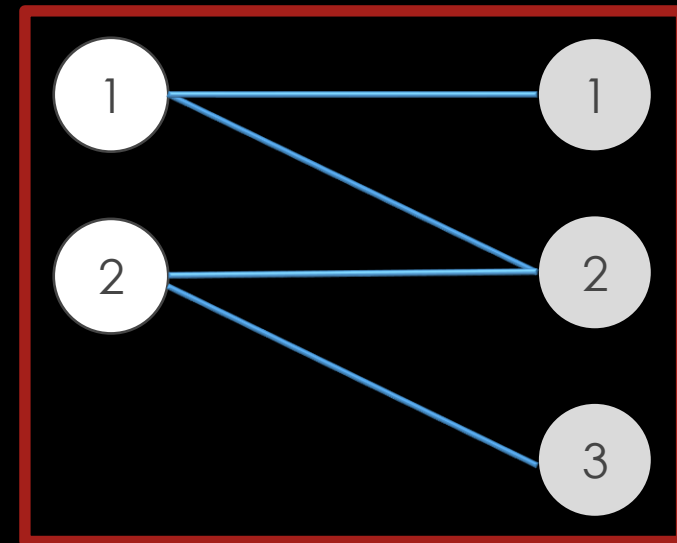
Erfinder

Räume



Erfinder

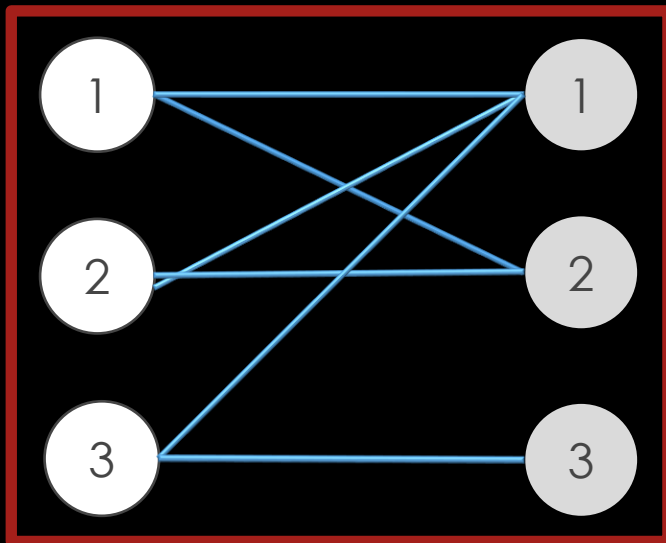
Räume



EIN RAUM VERSCHWINDET

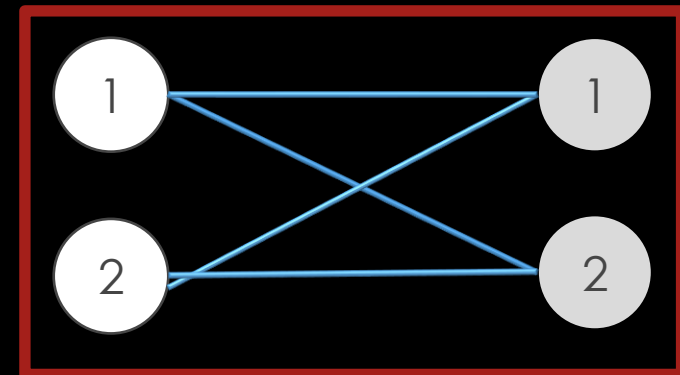
Erfinder

Räume



Erfinder

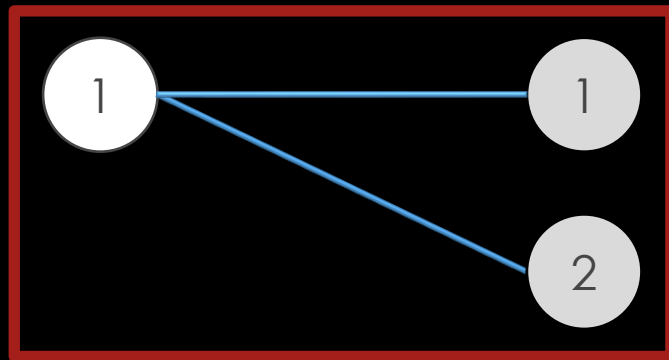
Räume



ZWEI RÄUME VERSCHWINDEN

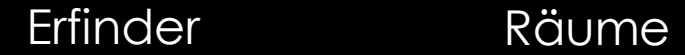
Erfinder

Räume

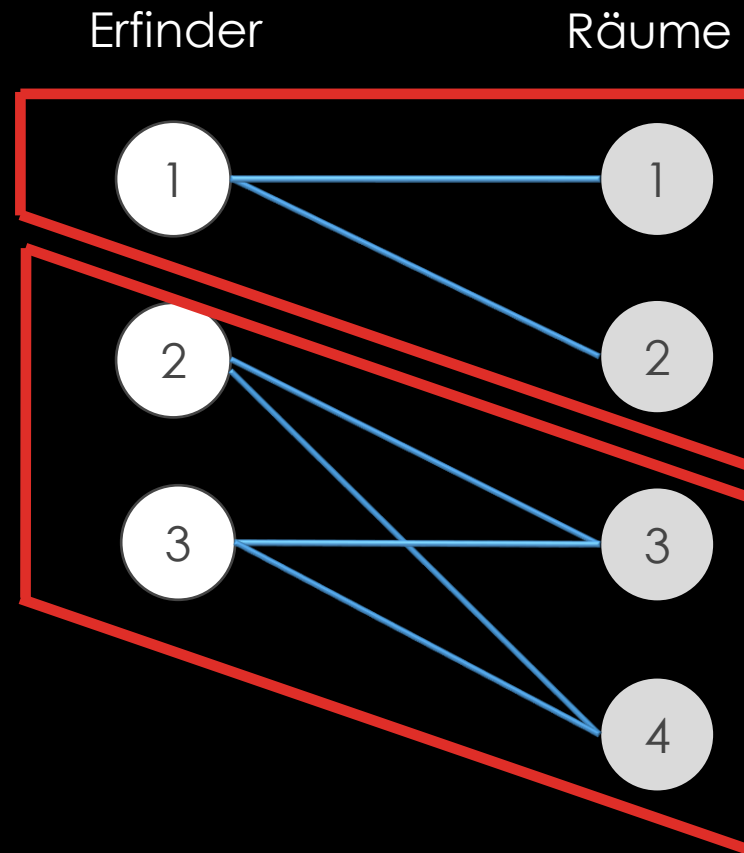


Erfinder

Räume



VEREINIGUNG VON TEILMENGEN





BEI
TECHNIKFragen
TECH-NICK FRAGEN