Julius-Maximilians-
UNIVERSITÄT
WÜRZBURG

Lehrstuhl für
INFORMATIK I
Algorithmen & Komplexität

Institut für Informatik

Algorithmen und Datenstrukturen

Wintersemester 2020/21

9. Vorlesung

Sortieren in Linearzeit

Prof. Dr. Alexander Wolff

Lehrstuhl für Informatik I

Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

vergleichsbasierter Sortieralg.

Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg.
charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:

Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

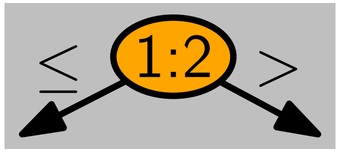
Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:

- innere Knoten $=$ Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)

Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:

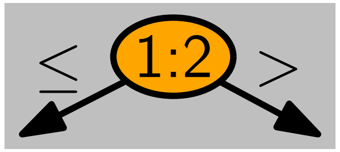


- innere Knoten = Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)

Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle$ $\xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:

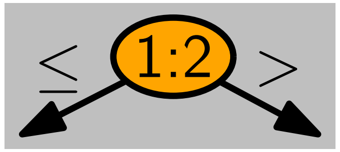


- innere Knoten = Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)
- Blätter = sortierte Permutationen der Eingabe

Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:

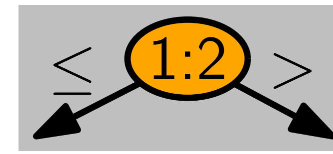


- innere Knoten = Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)
- Blätter = sortierte Permutationen der Eingabe
- Kanten = Ergebnisse ($\leq$/$>$) eines Vergleichs

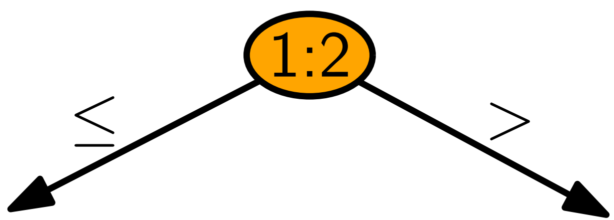
Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:



- innere Knoten $=$ Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)
- Blätter $=$ sortierte Permutationen der Eingabe
- Kanten $=$ Ergebnisse ($\leq$/$>$) eines Vergleichs

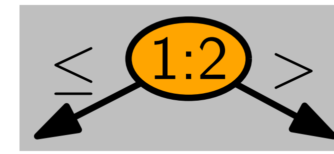


Entscheidungsbaum für InsertionSort und $n = 3$ [CLRS]

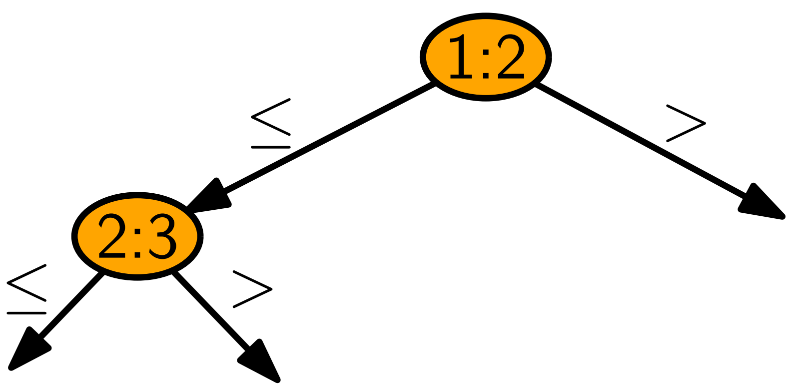
Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:



- innere Knoten = Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)
- Blätter = sortierte Permutationen der Eingabe
- Kanten = Ergebnisse ($\leq$/$>$) eines Vergleichs

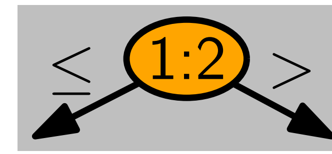


Entscheidungsbaum für InsertionSort und $n = 3$ [CLRS]

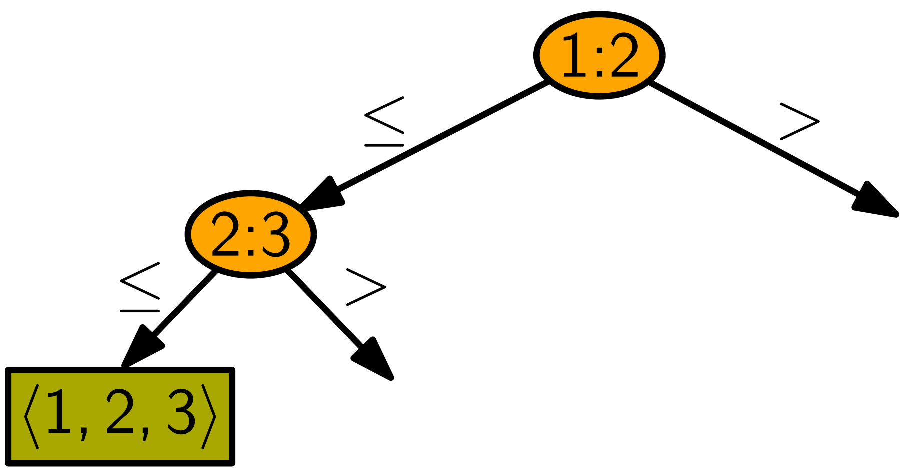
Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:



- innere Knoten = Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)
- Blätter = sortierte Permutationen der Eingabe
- Kanten = Ergebnisse ($\leq$/$>$) eines Vergleichs

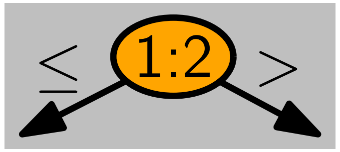


Entscheidungsbaum für InsertionSort und $n = 3$ [CLRS]

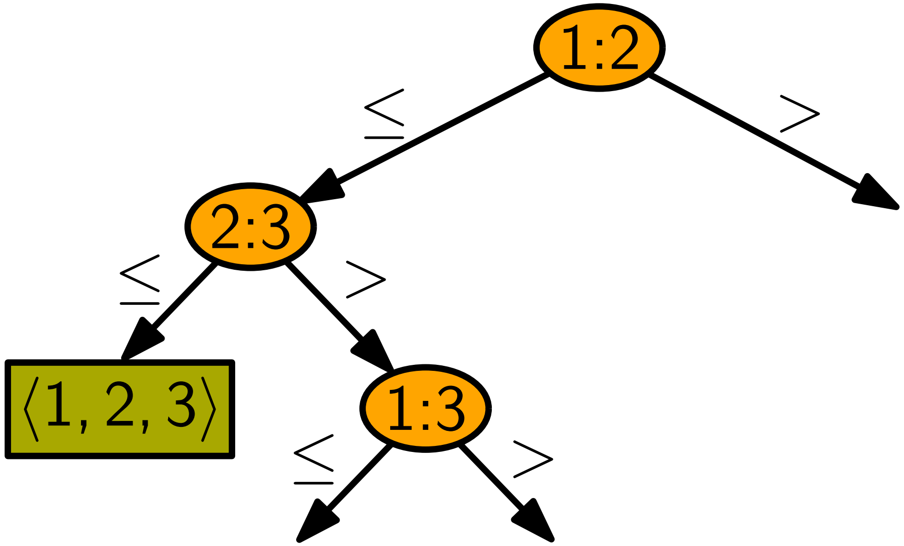
Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:



- innere Knoten = Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)
- Blätter = sortierte Permutationen der Eingabe
- Kanten = Ergebnisse ($\leq$/$>$) eines Vergleichs

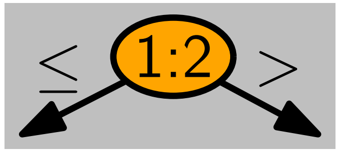


Entscheidungsbaum für InsertionSort und $n = 3$ [CLRS]

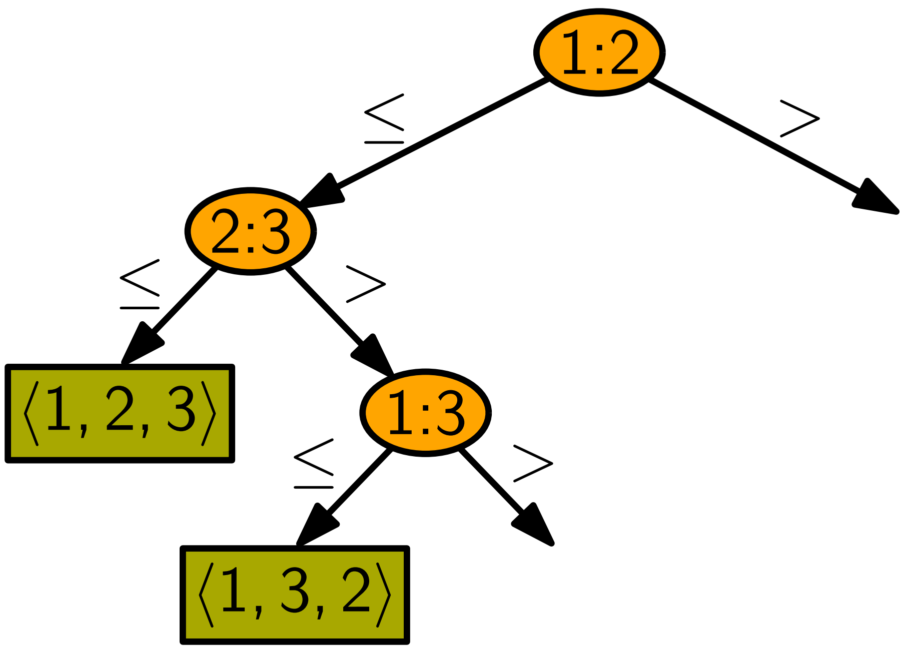
Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:



- innere Knoten = Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)
- Blätter = sortierte Permutationen der Eingabe
- Kanten = Ergebnisse ($\leq$/$>$) eines Vergleichs

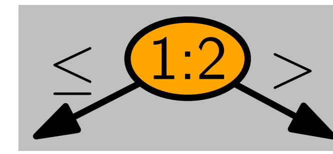


Entscheidungsbaum für InsertionSort und $n = 3$ [CLRS]

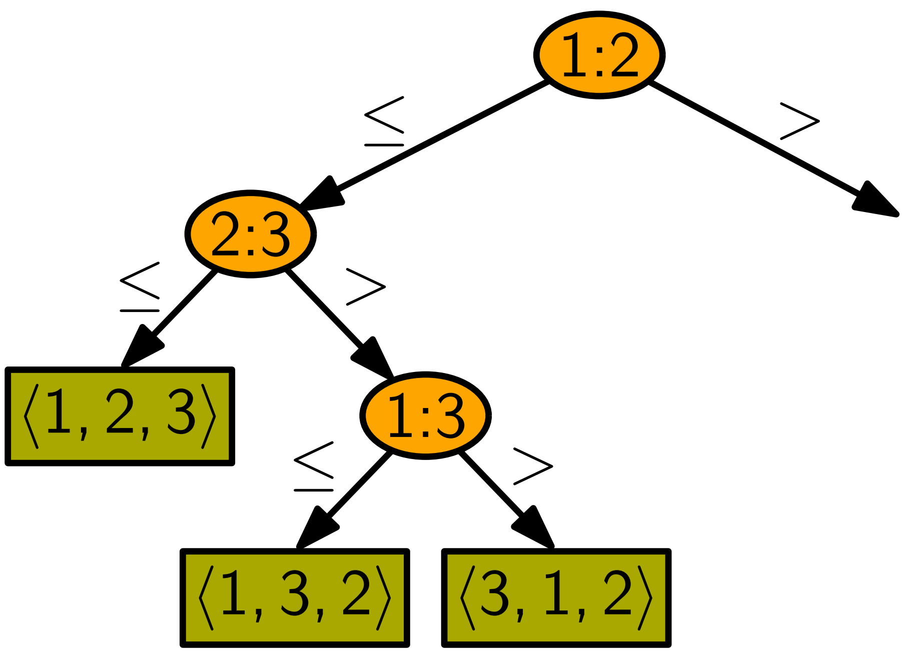
Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:



- innere Knoten $=$ Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)
- Blätter $=$ sortierte Permutationen der Eingabe
- Kanten $=$ Ergebnisse ($\leq$/$>$) eines Vergleichs

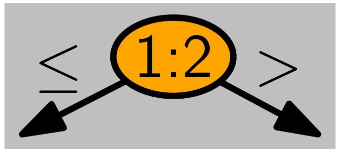


Entscheidungsbaum für InsertionSort und $n = 3$ [CLRS]

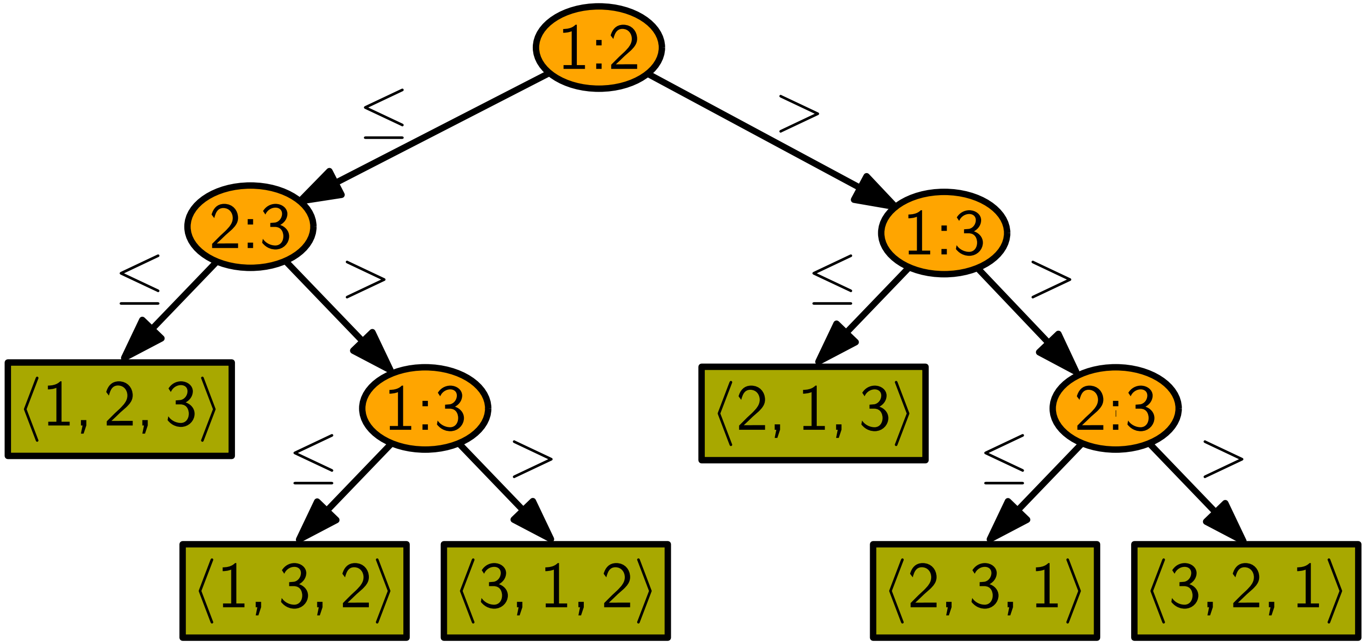
Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:



- innere Knoten = Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)
- Blätter = sortierte Permutationen der Eingabe
- Kanten = Ergebnisse ($\leq$/$>$) eines Vergleichs

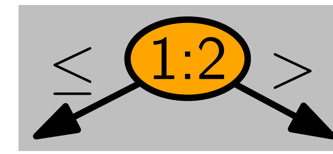


Entscheidungsbaum für InsertionSort und $n = 3$ [CLRS]

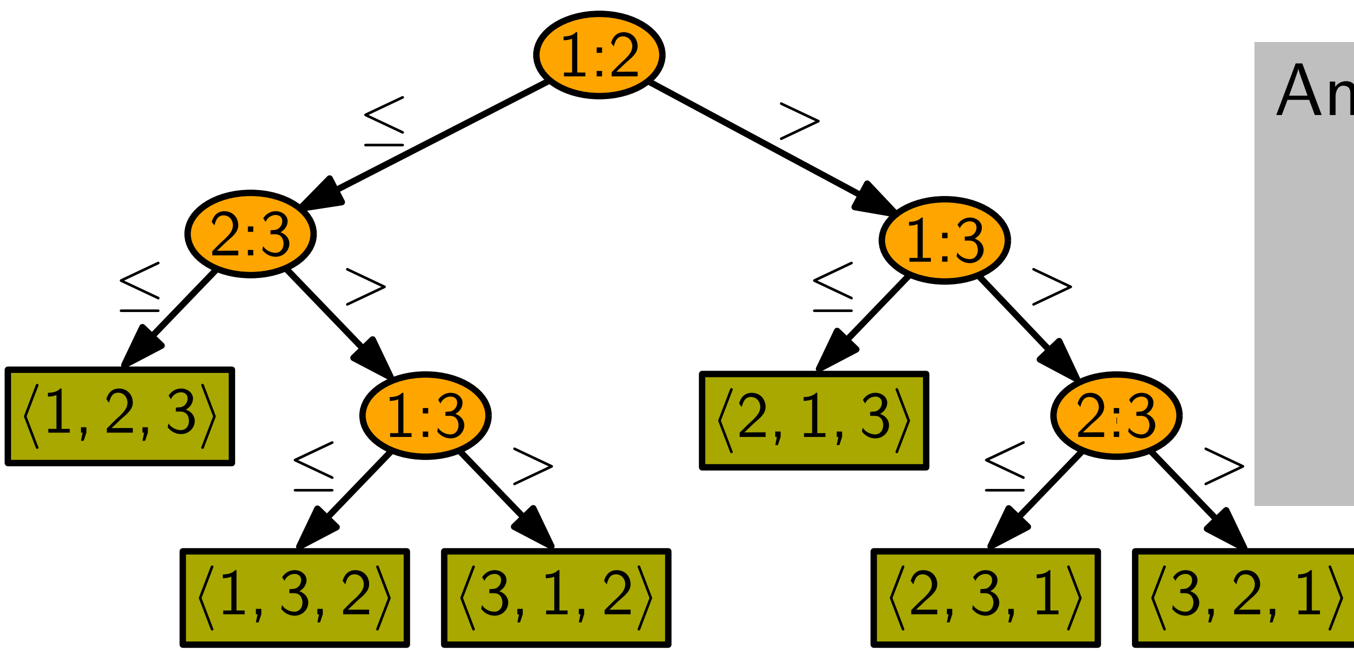
Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:



- innere Knoten = Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)
- Blätter = sortierte Permutationen der Eingabe
- Kanten = Ergebnisse ($\leq$/$>$) eines Vergleichs



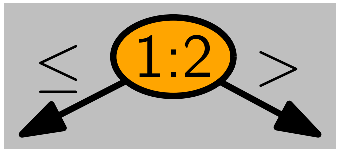
Entscheidungsbaum für InsertionSort und $n = 3$ [CLRS]

Anz. Vgl. im besten Fall

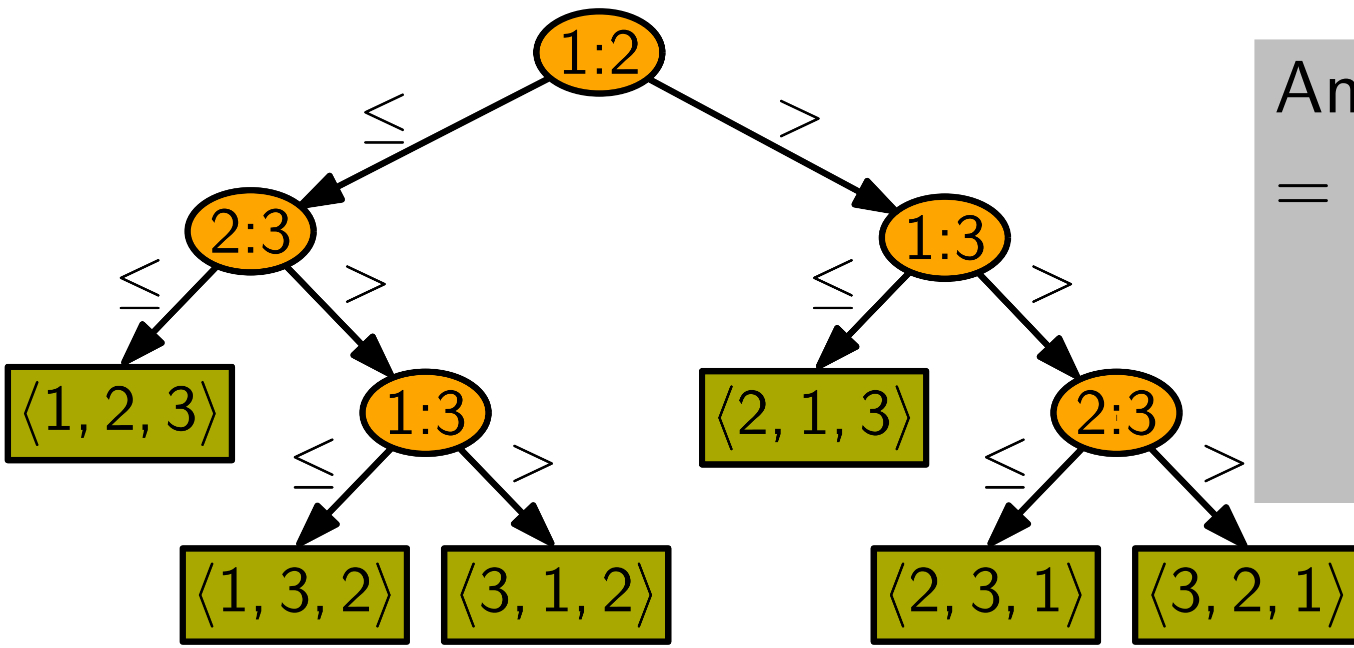
Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:



- innere Knoten = Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)
- Blätter = sortierte Permutationen der Eingabe
- Kanten = Ergebnisse ($\leq$/$>$) eines Vergleichs



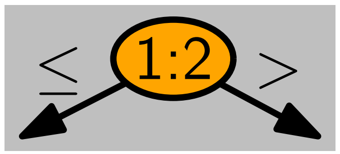
Entscheidungsbaum für InsertionSort und $n = 3$ [CLRS]

Anz. Vgl. im besten Fall
= Länge eines kürzesten Wurzel-Blatt-Pfads

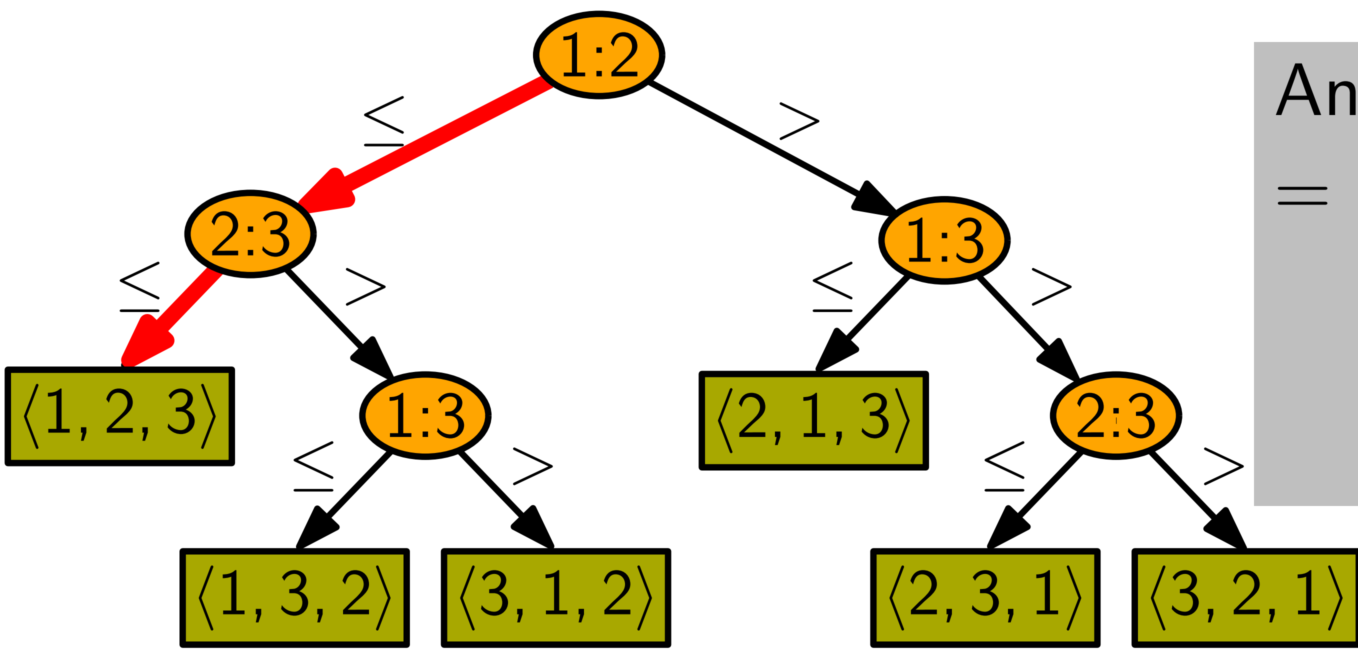
Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:



- innere Knoten = Vergleiche (o.B.d.A. immer $\le$, z.B. „$a_1 \le a_2$?“)
- Blätter = sortierte Permutationen der Eingabe
- Kanten = Ergebnisse ($\le$/$>$) eines Vergleichs



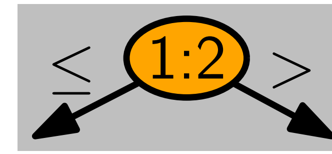
Anz. Vgl. im besten Fall
= Länge eines kürzesten Wurzel-Blatt-Pfads

Entscheidungsbaum für InsertionSort und $n = 3$ [CLRS]

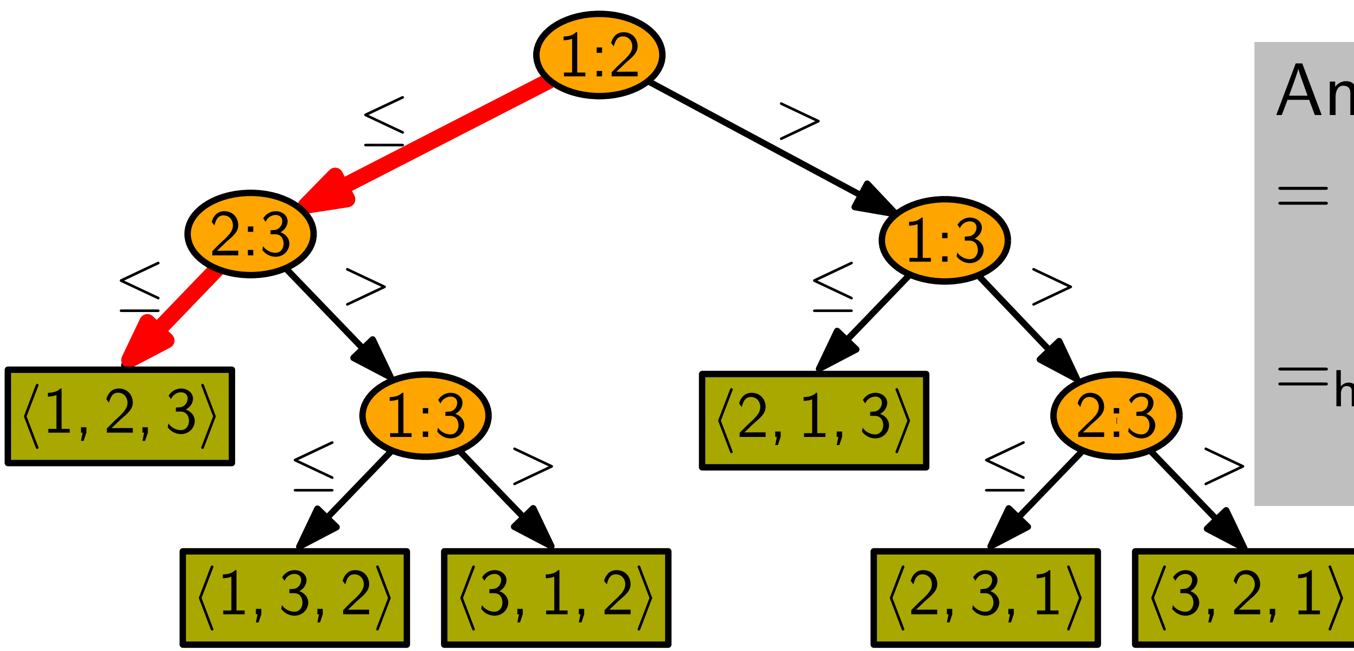
Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:



- innere Knoten $=$ Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)
- Blätter $=$ sortierte Permutationen der Eingabe
- Kanten $=$ Ergebnisse ($\leq$/$>$) eines Vergleichs



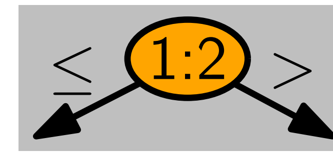
Entscheidungsbaum für InsertionSort und $n = 3$ [CLRS]

Anz. Vgl. im besten Fall
$=$ Länge eines kürzesten Wurzel-Blatt-Pfads
$=_{\text{hier}}$ 2

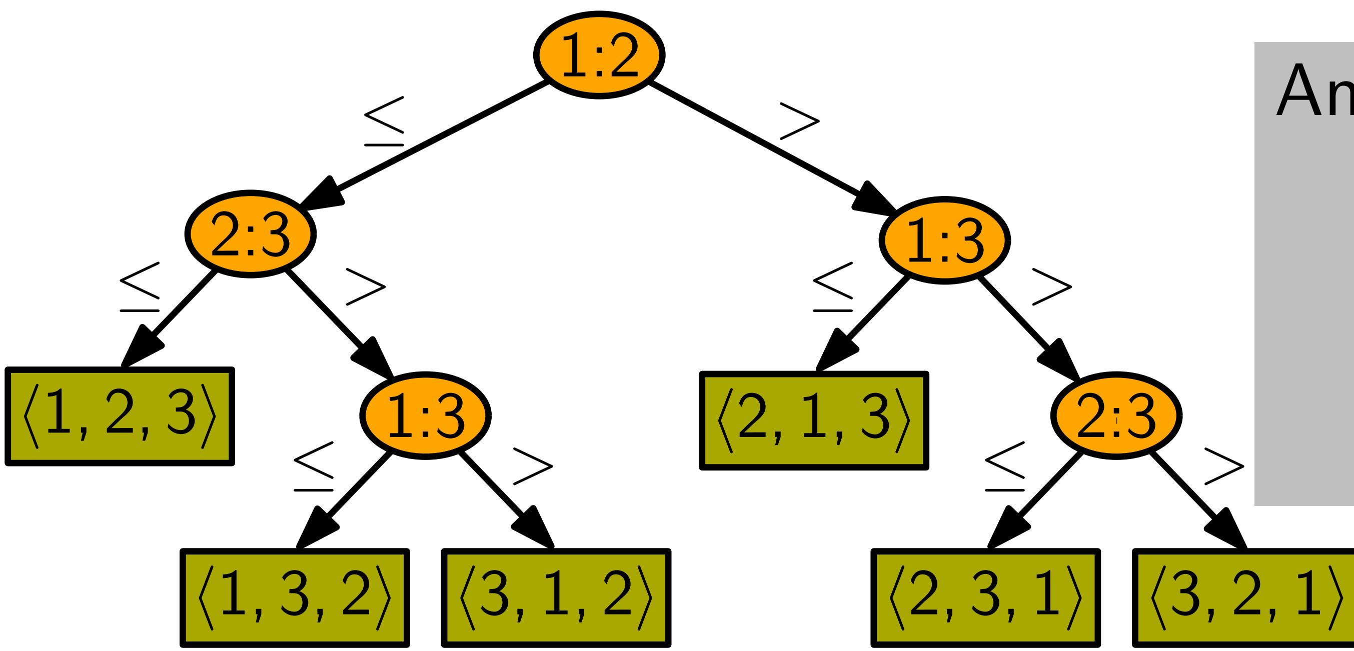
Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:



- innere Knoten $=$ Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)
- Blätter $=$ sortierte Permutationen der Eingabe
- Kanten $=$ Ergebnisse ($\leq / >$) eines Vergleichs



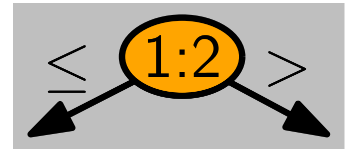
Entscheidungsbaum für InsertionSort und $n = 3$ [CLRS]

Anz. Vgl. im *worst case*

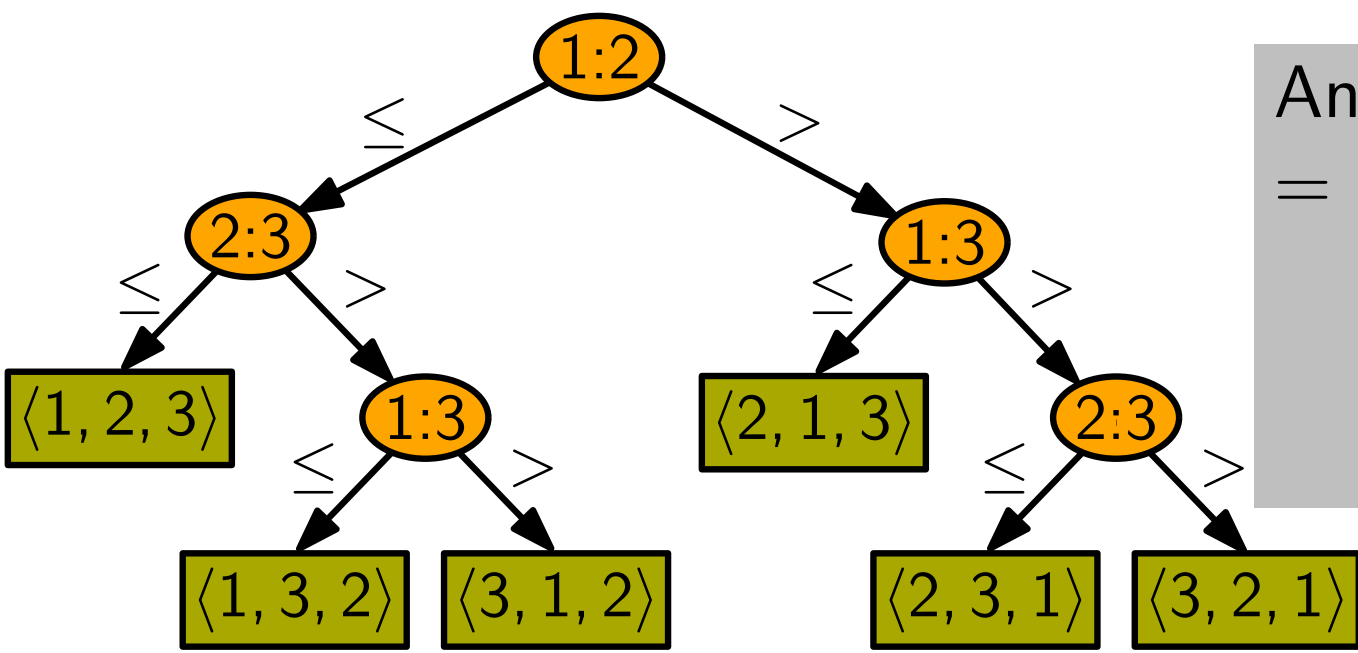
Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:



- innere Knoten = Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)
- Blätter = sortierte Permutationen der Eingabe
- Kanten = Ergebnisse ($\leq$/$>$) eines Vergleichs



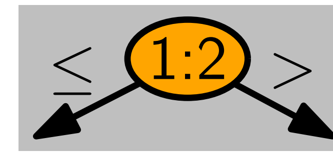
Entscheidungsbaum für InsertionSort und $n = 3$ [CLRS]

Anz. Vgl. im *worst case*
= Länge eines *längsten* Wurzel-Blatt-Pfads

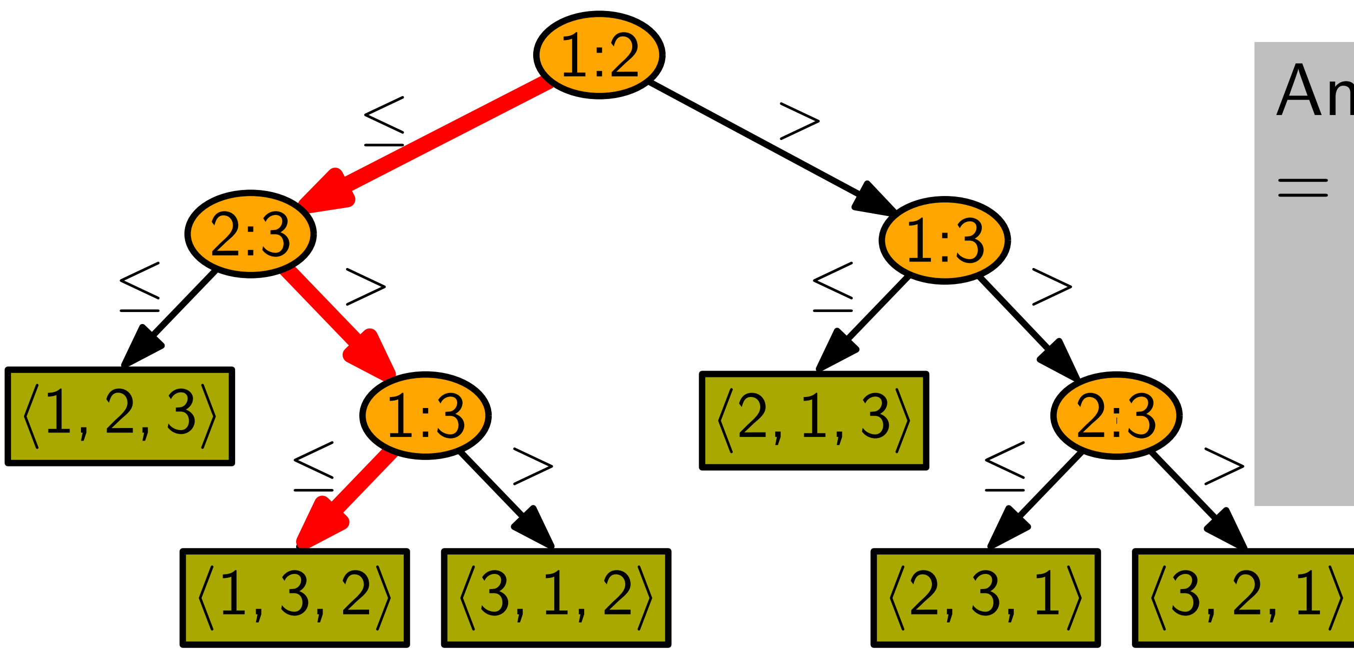
Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:



- innere Knoten $=$ Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)
- Blätter $=$ sortierte Permutationen der Eingabe
- Kanten $=$ Ergebnisse ($\leq$/$>$) eines Vergleichs



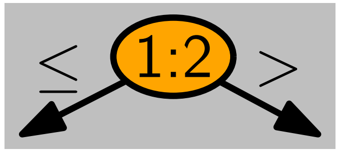
Entscheidungsbaum für InsertionSort und $n = 3$ [CLRS]

Anz. Vgl. im *worst case*
$=$ Länge eines *längsten* Wurzel-Blatt-Pfads

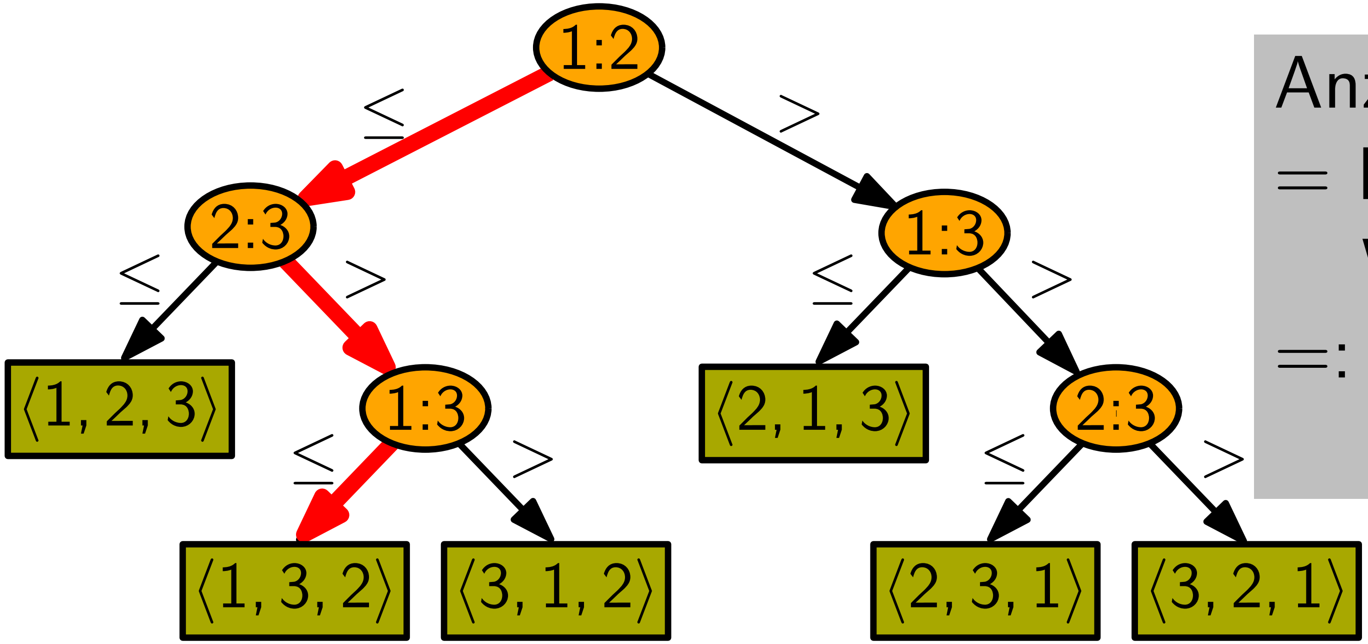
Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\text{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:



- innere Knoten $=$ Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)
- Blätter $=$ sortierte Permutationen der Eingabe
- Kanten $=$ Ergebnisse ($\leq / >$) eines Vergleichs



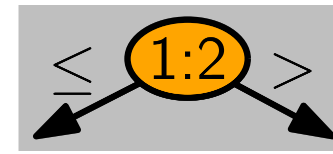
Entscheidungsbaum für InsertionSort und $n = 3$ [CLRS]

Anz. Vgl. im *worst case*
$=$ Länge eines *längsten* Wurzel-Blatt-Pfads
$=:$ Höhe des Baums

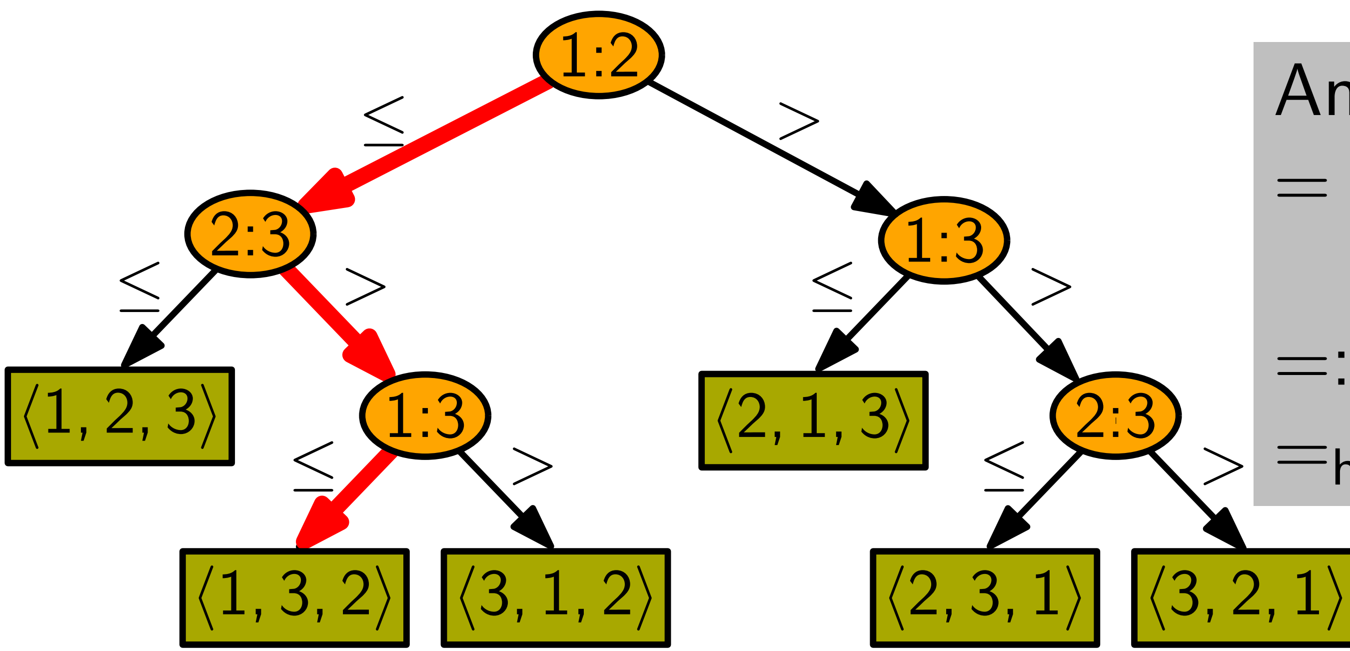
Sortieren durch Vergleichen

Eingabefolge $\langle a_1, a_2, \ldots, a_n \rangle \xrightarrow[\textit{Schlüsselvergleiche}]{\text{Sortieralg.}}$ Ausgabe: sortierte Eingabe

Für festes n ist ein *vergleichsbasierter* Sortieralg. charakterisiert durch seinen *Entscheidungsbaum*:



- innere Knoten $=$ Vergleiche (o.B.d.A. immer $\leq$, z.B. „$a_1 \leq a_2$?“)
- Blätter $=$ sortierte Permutationen der Eingabe
- Kanten $=$ Ergebnisse ($\leq / >$) eines Vergleichs



Anz. Vgl. im *worst case*
$=$ Länge eines *längsten* Wurzel-Blatt-Pfads
$=:$ Höhe des Baums
$=_{\text{hier}}$ 3

Entscheidungsbaum für InsertionSort und $n = 3$ [CLRS]

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um *n verschiedene* Objekte zu sortieren?

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um *n verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.
Anz. Blätter $=$ Anz. Permutationen von n Obj. $=$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.
Anz. Blätter $=$ Anz. Permutationen von n Obj. $= n!$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.
Anz. Blätter $=$ Anz. Permutationen von n Obj. $= n!$
Höhe Binärbaum mit B Blättern $\geq$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um *n verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.
Anz. Blätter $=$ Anz. Permutationen von n Obj. $= n!$
Höhe Binärbaum mit B Blättern $\geq \lceil \log_2 B \rceil$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

Anz. Blätter $=$ Anz. Permutationen von n Obj. $= n!$

Höhe Binärbaum mit B Blättern $\geq \lceil \log_2 B \rceil$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

Anz. Blätter $=$ Anz. Permutationen von n Obj. $= n!$
Höhe Binärbaum mit B Blättern $\geq \lceil \log_2 B \rceil$

Höhe Entscheidungsbaum $\geq$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

Anz. Blätter $=$ Anz. Permutationen von n Obj. $= n!$
Höhe Binärbaum mit B Blättern $\geq \lceil \log_2 B \rceil$

Höhe Entscheidungsbaum $\geq \log_2 n!$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

Anz. Blätter $=$ Anz. Permutationen von n Obj. $= n!$

Höhe Binärbaum mit B Blättern $\geq \lceil \log_2 B \rceil$

Höhe Entscheidungsbaum $\geq \log_2 n! = \sum_{i=1}^{n} \log_2 i$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

Anz. Blätter $=$ Anz. Permutationen von n Obj. $= n!$

Höhe Binärbaum mit B Blättern $\geq \lceil \log_2 B \rceil$

Höhe Entscheidungsbaum $\geq \log_2 n! = \sum_{i=1}^{n} \log_2 i$

$\geq \int_1^n \log_2 x \, dx$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

$$\begin{array}{l} \text{Anz. Blätter} = \text{Anz. Permutationen von } n \text{ Obj.} = n! \\ \text{Höhe Binärbaum mit } B \text{ Blättern} \geq \lceil \log_2 B \rceil \\ \hline \text{Höhe Entscheidungsbaum} \geq \log_2 n! = \sum_{i=1}^{n} \log_2 i \end{array}$$

$$\geq \int_1^n \log_2 x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n \ln x \, dx$$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

Anz. Blätter = Anz. Permutationen von n Obj. $= n!$
Höhe Binärbaum mit B Blättern $\geq \lceil \log_2 B \rceil$

Höhe Entscheidungsbaum $\geq \log_2 n! = \sum_{i=1}^{n} \log_2 i$

$$\geq \int_1^n \log_2 x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n \ln x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n 1 \cdot \ln x \, dx$$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

$$\text{Anz. Blätter} = \text{Anz. Permutationen von } n \text{ Obj.} = n!$$
$$\text{Höhe Binärbaum mit } B \text{ Blättern} \geq \lceil \log_2 B \rceil$$

$$\text{Höhe Entscheidungsbaum} \geq \log_2 n! = \sum_{i=1}^{n} \log_2 i$$

$$\geq \int_1^n \log_2 x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n \ln x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n 1 \cdot \ln x \, dx$$

partielle Integration

$$=$$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

Anz. Blätter $=$ Anz. Permutationen von n Obj. $= n!$

Höhe Binärbaum mit B Blättern $\geq \lceil \log_2 B \rceil$

Höhe Entscheidungsbaum $\geq \log_2 n! = \sum_{i=1}^{n} \log_2 i$

$$\geq \int_1^n \log_2 x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n \ln x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n 1 \cdot \ln x \, dx$$

partielle Integration

$$=$$

$\int u' v = uv - \int uv'$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

Anz. Blätter $=$ Anz. Permutationen von n Obj. $= n!$

Höhe Binärbaum mit B Blättern $\geq \lceil \log_2 B \rceil$

Höhe Entscheidungsbaum $\geq \log_2 n! = \sum_{i=1}^{n} \log_2 i$

$$\geq \int_1^n \log_2 x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n \ln x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n 1 \cdot \ln x \, dx$$

partielle Integration

$$=$$

$$\int u' v = uv - \int u v'$$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

Anz. Blätter $=$ Anz. Permutationen von n Obj. $= n!$
Höhe Binärbaum mit B Blättern $\geq \lceil \log_2 B \rceil$

Höhe Entscheidungsbaum $\geq \log_2 n! = \sum_{i=1}^{n} \log_2 i$

$$\geq \int_1^n \log_2 x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n \ln x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n 1 \cdot \ln x \, dx \stackrel{}{=}$$

partielle Integration

$\int u' v = uv - \int uv'$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

Anz. Blätter $=$ Anz. Permutationen von n Obj. $= n!$
Höhe Binärbaum mit B Blättern $\geq \lceil \log_2 B \rceil$

Höhe Entscheidungsbaum $\geq \log_2 n! = \sum_{i=1}^{n} \log_2 i$

$$\geq \int_1^n \log_2 x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n \ln x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n 1 \cdot \ln x \, dx$$

partielle Integration

$$=$$

$\int u' v = uv - \int uv'$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

Anz. Blätter $=$ Anz. Permutationen von n Obj. $= n!$

Höhe Binärbaum mit B Blättern $\geq \lceil \log_2 B \rceil$

Höhe Entscheidungsbaum $\geq \log_2 n! = \sum_{i=1}^{n} \log_2 i$

$$\geq \int_1^n \log_2 x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n \ln x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n 1 \cdot \ln x \, dx$$

$$= \frac{1}{\ln 2} \left(x \cdot \qquad - \int_1^n x \cdot \qquad dx \right)$$

partielle Integration

$\int u' v = uv - \int u v'$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

Anz. Blätter $=$ Anz. Permutationen von n Obj. $= n!$
Höhe Binärbaum mit B Blättern $\geq \lceil \log_2 B \rceil$

Höhe Entscheidungsbaum $\geq \log_2 n! = \sum_{i=1}^{n} \log_2 i$

$$\geq \int_1^n \log_2 x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n \ln x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n 1 \cdot \ln x \, dx$$

partielle Integration

$$= \frac{1}{\ln 2} \left(x \cdot \ln x \,\Big|_1^n - \int_1^n x \cdot \square \, dx \right)$$

$\int u' v = uv - \int u v'$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

$$\text{Anz. Blätter} = \text{Anz. Permutationen von } n \text{ Obj.} = n!$$

$$\text{Höhe Binärbaum mit } B \text{ Blättern} \geq \lceil \log_2 B \rceil$$

$$\text{Höhe Entscheidungsbaum} \geq \log_2 n! = \textstyle\sum_{i=1}^{n} \log_2 i$$

$$\geq \int_1^n \log_2 x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n \ln x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n 1 \cdot \ln x \, dx$$

partielle Integration

$$= \frac{1}{\ln 2} \left(x \cdot \ln x \,\Big|_1^n - \int_1^n x \cdot \frac{1}{x} \, dx \right)$$

$$\int u' v = uv - \int u v'$$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

$$\text{Anz. Blätter} = \text{Anz. Permutationen von } n \text{ Obj.} = n!$$

$$\text{Höhe Binärbaum mit } B \text{ Blättern} \geq \lceil \log_2 B \rceil$$

$$\text{Höhe Entscheidungsbaum} \geq \log_2 n! = \sum_{i=1}^{n} \log_2 i$$

$$\geq \int_1^n \log_2 x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n \ln x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n 1 \cdot \ln x \, dx$$

partielle Integration

$$\int u' v = uv - \int u v'$$

$$= \frac{1}{\ln 2} \left(x \cdot \ln x \,\Big|_1^n - \int_1^n x \cdot \frac{1}{x} \, dx \right) = \frac{(n \ln n - 0) - (n-1)}{\ln 2}$$

Eine untere Schranke

Frage: Wie viele Vergleiche braucht *jeder* vergleichsbasierte Sortieralg. im worst case um n *verschiedene* Objekte zu sortieren?

M.a.W. Gegeben
– ein beliebiger vergleichsbasierter Sortieralgorithmus,
– eine Zahl n von verschiedenen Objekten, die man sortieren soll,
welche Höhe hat der Entscheidungsbaum *mindestens*?

Beob.: Die Höhe ist eine Funktion der Blätteranzahl.

Anz. Blätter $=$ Anz. Permutationen von n Obj. $= n!$

Höhe Binärbaum mit B Blättern $\geq \lceil \log_2 B \rceil$

Höhe Entscheidungsbaum $\geq \log_2 n! = \sum_{i=1}^{n} \log_2 i$

$$\geq \int_1^n \log_2 x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n \ln x \, dx = \frac{1}{\ln 2} \int_1^n 1 \cdot \ln x \, dx$$

partielle Integration

$$= \frac{1}{\ln 2} \left(x \cdot \ln x \,\Big|_1^n - \int_1^n x \cdot \frac{1}{x} \, dx \right) = \frac{(n \ln n - 0) - (n-1)}{\ln 2}$$

$$\in \Omega(n \log n)$$

$\int u' v = uv - \int u v'$

Resultat

Satz. Jeder vergleichsbasierte Sortieralg. benötigt im schlechtesten Fall $\Omega(n \log n)$ Vergleiche um n Objekte zu sortieren.

Resultat

Satz. Jeder vergleichsbasierte Sortieralg. benötigt im schlechtesten Fall $\Omega(n \log n)$ Vergleiche um n Objekte zu sortieren.

Korollar. MergeSort und HeapSort sind *asymptotisch worst-case optimale* vergleichsbasierte Sortieralg.

Wir durchbrechen die Schallmauer

Wir durchbrechen die Schallmauer

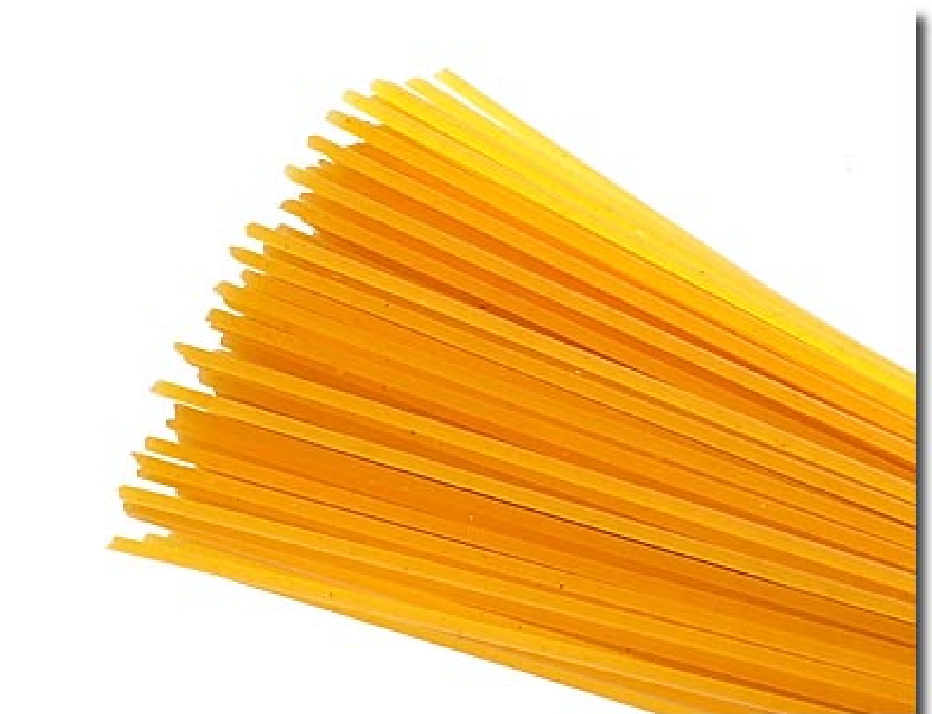
- SpaghettiSort

aus: www.marions-kochbuch.de

By Eduard Marmet, CC BY-SA 3.0,
https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5810282

Wir durchbrechen die Schallmauer

(• SpaghettiSort   sortiert Spaghetti nach Länge ;-)



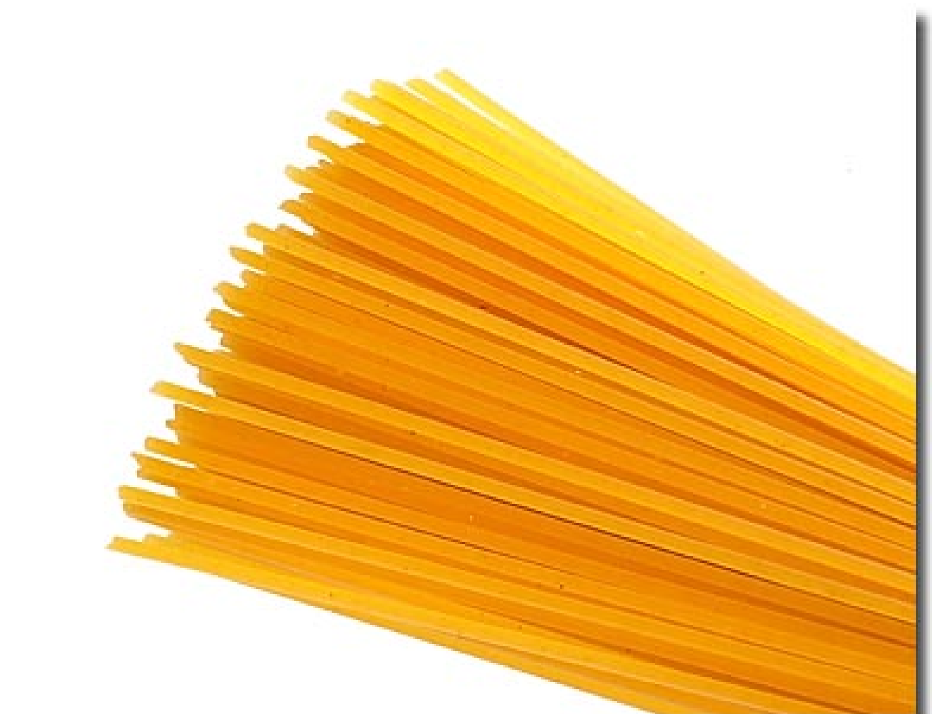
aus: www.marions-kochbuch.de

By Eduard Marmet, CC BY-SA 3.0,
https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5810282

Wir durchbrechen die Schallmauer

(• SpaghettiSort sortiert Spaghetti nach Länge ;-)

• CountingSort



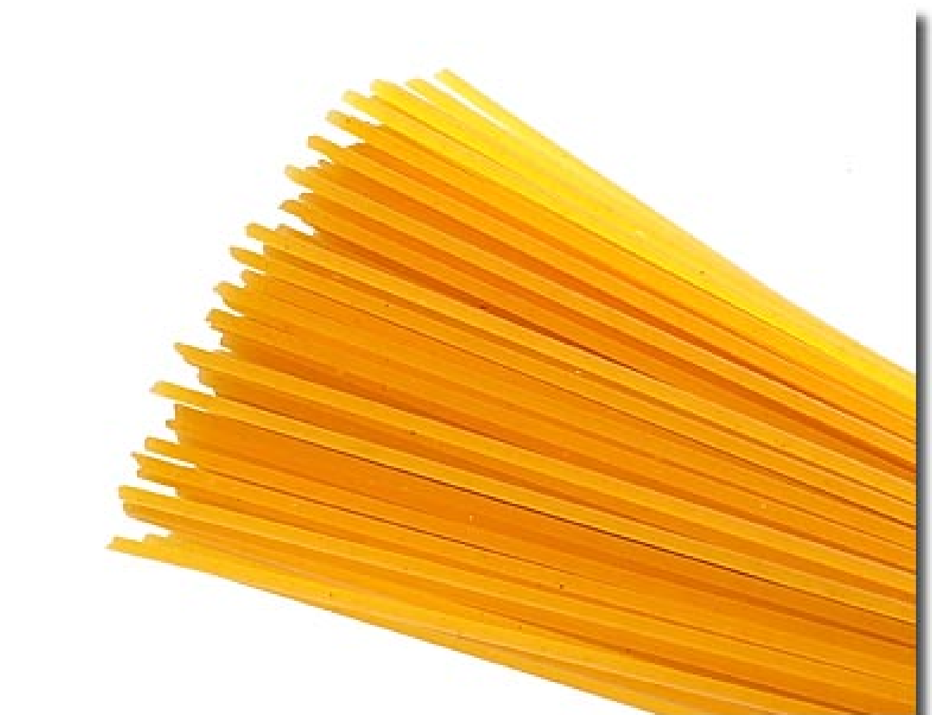
aus: www.marions-kochbuch.de

By Eduard Marmet, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5810282

Wir durchbrechen die Schallmauer

(• SpaghettiSort   sortiert Spaghetti nach Länge ;-)

• CountingSort   sortiert Zahlen in $\{0, \ldots, k\}$

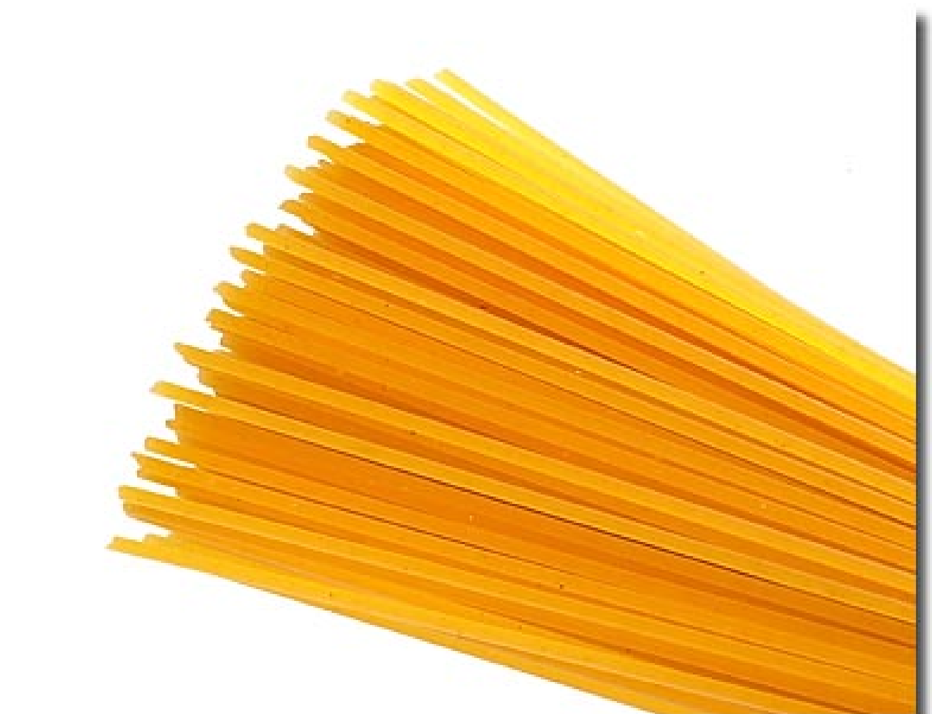


aus: www.marions-kochbuch.de

Wir durchbrechen die Schallmauer

(• SpaghettiSort sortiert Spaghetti nach Länge ;-)

- CountingSort sortiert Zahlen in $\{0, \ldots, k\}$
- RadixSort



aus: www.marions-kochbuch.de

By Eduard Marmet, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5810282

Wir durchbrechen die Schallmauer

(• SpaghettiSort sortiert Spaghetti nach Länge ;-)

- CountingSort sortiert Zahlen in $\{0, \ldots, k\}$
- RadixSort sortiert s-stellige b-adische Zahlen

aus: www.marions-kochbuch.de

By Eduard Marmet, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5810282

Wir durchbrechen die Schallmauer

- (• SpaghettiSort sortiert Spaghetti nach Länge ;-)
- CountingSort sortiert Zahlen in $\{0, \ldots, k\}$
- RadixSort sortiert s-stellige b-adische Zahlen
- BucketSort

aus: www.marions-kochbuch.de

Wir durchbrechen die Schallmauer

(• SpaghettiSort sortiert Spaghetti nach Länge ;-)

- CountingSort sortiert Zahlen in $\{0, \ldots, k\}$
- RadixSort sortiert s-stellige b-adische Zahlen
- BucketSort sortiert gleichverteilte zufällige Zahlen

aus: www.marions-kochbuch.de

By Eduard Marmet, CC BY-SA 3.0,
https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5810282

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline \boxed{3} & \boxed{0} & \boxed{4} & \boxed{1} & \boxed{3} & \boxed{4} & \boxed{1} & \boxed{4} \end{array} \;\Rightarrow\; C \; \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{cccccccc} \scriptstyle 1 & \scriptstyle 2 & \scriptstyle 3 & \scriptstyle 4 & \scriptstyle 5 & \scriptstyle 6 & \scriptstyle 7 & \scriptstyle 8 \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{3} & \multicolumn{1}{c|}{0} & \multicolumn{1}{c|}{4} & \multicolumn{1}{c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{3} & \multicolumn{1}{c|}{4} & \multicolumn{1}{c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{4} \\ \hline \end{array} \;\Rightarrow\; C \; \begin{array}{ccccc} \scriptstyle 0 & \scriptstyle 1 & \scriptstyle 2 & \scriptstyle 3 & \scriptstyle 4 \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{0} & \multicolumn{1}{c|}{0} & \multicolumn{1}{c|}{0} & \multicolumn{1}{c|}{0} & \multicolumn{1}{c|}{0} \\ \hline \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	0	0	0	0	0

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	0	0	0	0	0

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} & \multicolumn{1}{c}{5} & \multicolumn{1}{c}{6} & \multicolumn{1}{c}{7} & \multicolumn{1}{c}{8} \\ \hline 3 & 0 & 4 & 1 & 3 & 4 & 1 & 4 \\ \hline \end{array} \Rightarrow C \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{0} & \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} & \multicolumn{1}{c}{5} & \multicolumn{1}{c}{6} & \multicolumn{1}{c}{7} & \multicolumn{1}{c}{8} \\ \hline 3 & 0 & 4 & 1 & 3 & 4 & 1 & 4 \\ \hline \end{array} \Rightarrow C \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{0} & \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} & \multicolumn{1}{c}{5} & \multicolumn{1}{c}{6} & \multicolumn{1}{c}{7} & \multicolumn{1}{c}{8} \\ \hline 3 & 0 & 4 & 1 & 3 & 4 & 1 & 4 \\ \hline \end{array} \; \Rightarrow \; C \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{0} & \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	0	0	0	1	0

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{3} & \multicolumn{1}{c|}{0} & \multicolumn{1}{c|}{4} & \multicolumn{1}{c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{3} & \multicolumn{1}{c|}{4} & \multicolumn{1}{c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{4} \\ \hline \end{array} \;\Rightarrow\; C \; \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{0} & \multicolumn{1}{c|}{0} & \multicolumn{1}{c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{0} \\ \hline \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} & \multicolumn{1}{c}{5} & \multicolumn{1}{c}{6} & \multicolumn{1}{c}{7} & \multicolumn{1}{c}{8} \\ \hline 3 & 0 & 4 & 1 & 3 & 4 & 1 & 4 \\ \hline \end{array} \;\Rightarrow\; C \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{0} & \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} \\ \hline 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \quad \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline \boxed{3} & \boxed{0} & \boxed{4} & \boxed{1} & \boxed{3} & \boxed{4} & \boxed{1} & \boxed{4} \end{array} \quad \Rightarrow \quad C \quad \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \boxed{1} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{1} & \boxed{0} \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \dots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	0	0	1	0

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} & \multicolumn{1}{c}{5} & \multicolumn{1}{c}{6} & \multicolumn{1}{c}{7} & \multicolumn{1}{c}{8} \\ \hline 3 & 0 & 4 & 1 & 3 & 4 & 1 & 4 \\ \hline \end{array} \;\Rightarrow\; C \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{0} & \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} \\ \hline 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	0	0	1	1

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \dots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} & \multicolumn{1}{c}{5} & \multicolumn{1}{c}{6} & \multicolumn{1}{c}{7} & \multicolumn{1}{c}{8} \\ \hline 3 & 0 & 4 & 1 & 3 & 4 & 1 & 4 \\ \hline \end{array} \quad \Rightarrow \quad C \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{0} & \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} \\ \hline 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	0	0	1	1

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	1	0	1	1

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	1	0	1	1

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	1	0	1	1

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\
\hline
A & 3 & 0 & 4 & 1 & \boxed{3} & 4 & 1 & 4 \\
\hline
\end{array}
\Rightarrow
\begin{array}{c|c|c|c|c|c|}
 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\
\hline
C & 1 & 1 & 0 & \boxed{1} & 1 \\
\hline
\end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \dots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	1	0	2	1

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{cccccccc} \scriptstyle 1 & \scriptstyle 2 & \scriptstyle 3 & \scriptstyle 4 & \scriptstyle 5 & \scriptstyle 6 & \scriptstyle 7 & \scriptstyle 8 \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{3} & \multicolumn{1}{c|}{0} & \multicolumn{1}{c|}{4} & \multicolumn{1}{c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{3} & \multicolumn{1}{c|}{4} & \multicolumn{1}{c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{4} \\ \hline \end{array} \;\Rightarrow\; C \; \begin{array}{ccccc} \scriptstyle 0 & \scriptstyle 1 & \scriptstyle 2 & \scriptstyle 3 & \scriptstyle 4 \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{0} & \multicolumn{1}{c|}{2} & \multicolumn{1}{c|}{1} \\ \hline \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} & \multicolumn{1}{c}{5} & \multicolumn{1}{c}{6} & \multicolumn{1}{c}{7} & \multicolumn{1}{c}{8} \\ \hline 3 & 0 & 4 & 1 & 3 & 4 & 1 & 4 \\ \hline \end{array} \Rightarrow C \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{0} & \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} \\ \hline 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} & \multicolumn{1}{c}{5} & \multicolumn{1}{c}{6} & \multicolumn{1}{c}{7} & \multicolumn{1}{c}{8} \\ \hline 3 & 0 & 4 & 1 & 3 & 4 & 1 & 4 \\ \hline \end{array} \Rightarrow C \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{0} & \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} \\ \hline 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	1	0	2	2

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	1	0	2	2

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	1	0	2	2

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	1	0	2	2

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} & \multicolumn{1}{c}{5} & \multicolumn{1}{c}{6} & \multicolumn{1}{c}{7} & \multicolumn{1}{c}{8} \\ \hline 3 & 0 & 4 & 1 & 3 & 4 & 1 & 4 \\ \hline \end{array} \;\Rightarrow\; C \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{0} & \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} \\ \hline 1 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ \hline \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \boxed{3} & \boxed{0} & \boxed{4} & \boxed{1} & \boxed{3} & \boxed{4} & \boxed{1} & \boxed{4} \end{array} \Rightarrow C \; \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{0} & \boxed{2} & \boxed{2} \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{3} & \multicolumn{1}{c|}{0} & \multicolumn{1}{c|}{4} & \multicolumn{1}{c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{3} & \multicolumn{1}{c|}{4} & \multicolumn{1}{c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{4} \\ \hline \end{array} \;\Rightarrow\; C \; \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{2} & \multicolumn{1}{c|}{0} & \multicolumn{1}{c|}{2} & \multicolumn{1}{c|}{2} \\ \hline \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	2

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} & \multicolumn{1}{c}{5} & \multicolumn{1}{c}{6} & \multicolumn{1}{c}{7} & \multicolumn{1}{c}{8} \\ \hline 3 & 0 & 4 & 1 & 3 & 4 & 1 & 4 \\ \hline \end{array} \;\Rightarrow\; C \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{0} & \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} \\ \hline 1 & 2 & 0 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} & \multicolumn{1}{c}{5} & \multicolumn{1}{c}{6} & \multicolumn{1}{c}{7} & \multicolumn{1}{c}{8} \\ \hline 3 & 0 & 4 & 1 & 3 & 4 & 1 & 4 \\ \hline \end{array} \;\Rightarrow\; C \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{0} & \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} \\ \hline 1 & 2 & 0 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$$

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{3} & \multicolumn{1}{c|}{0} & \multicolumn{1}{c|}{4} & \multicolumn{1}{c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{3} & \multicolumn{1}{c|}{4} & \multicolumn{1}{c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{4} \\ \hline \end{array} \;\Rightarrow\; C \; \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{2} & \multicolumn{1}{c|}{0} & \multicolumn{1}{c|}{2} & \multicolumn{1}{c|}{3} \\ \hline \end{array}$$

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

$$C \; \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & & & \\ \hline \multicolumn{1}{c}{0} & \multicolumn{1}{c}{1} & \multicolumn{1}{c}{2} & \multicolumn{1}{c}{3} & \multicolumn{1}{c}{4} \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

C					
	0	1	2	3	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

C	1				
	0	1	2	3	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1				

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	3			

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	3			

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline \boxed{3} & \boxed{0} & \boxed{4} & \boxed{1} & \boxed{3} & \boxed{4} & \boxed{1} & \boxed{4} \end{array} \;\Rightarrow\; C \; \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{0} & \boxed{2} & \boxed{3} \end{array}$$

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

$$C \; \begin{array}{ccccc} \boxed{1} & \boxed{3} & \boxed{3} & \boxed{} & \boxed{} \\ \hline 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	3	3		

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

C	1	3	3	5	
	0	1	2	3	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	3	3	5	

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	3	3	5	8

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{3} & \multicolumn{1}{c|}{0} & \multicolumn{1}{c|}{4} & \multicolumn{1}{c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{3} & \multicolumn{1}{c|}{4} & \multicolumn{1}{c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{4} \\ \hline \end{array} \Rightarrow C \; \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{2} & \multicolumn{1}{c|}{0} & \multicolumn{1}{c|}{2} & \multicolumn{1}{c|}{3} \\ \hline \end{array}$$

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

$$C \; \begin{array}{ccccc} \hline \multicolumn{1}{|c|}{1} & \multicolumn{1}{c|}{3} & \multicolumn{1}{c|}{3} & \multicolumn{1}{c|}{5} & \multicolumn{1}{c|}{8} \\ \hline 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline \boxed{3} & \boxed{0} & \boxed{4} & \boxed{1} & \boxed{3} & \boxed{4} & \boxed{1} & \boxed{4} \end{array} \; \Rightarrow \; C \; \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{0} & \boxed{2} & \boxed{3} \end{array}$$

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

$$C \; \begin{array}{ccccc} \boxed{1} & \boxed{3} & \boxed{3} & \boxed{5} & \boxed{8} \\ \hline 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	3	3	5	8

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B								

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0,\ldots,k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \; \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline \boxed{3} & \boxed{0} & \boxed{4} & \boxed{1} & \boxed{3} & \boxed{4} & \boxed{1} & \boxed{4} \end{array} \;\Rightarrow\; C \; \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{0} & \boxed{2} & \boxed{3} \end{array}$$

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

$$C \; \begin{array}{ccccc} \boxed{1} & \boxed{3} & \boxed{3} & \boxed{5} & \boxed{8} \\ \hline 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

$$B \; \begin{array}{cccccccc} \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum*: $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	3	3	5	8

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B								

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	3	3	5	8

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B								

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	3	3	5	8

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B								

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	3	3	5	8

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B								4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	3	3	5	~~8~~

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B								4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	3	3	5	7

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B								4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	3	3	5	7

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B								4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

$$A \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline \boxed{3} & \boxed{0} & \boxed{4} & \boxed{1} & \boxed{3} & \boxed{4} & \boxed{1} & \boxed{4} \end{array} \Rightarrow C \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{0} & \boxed{2} & \boxed{3} \end{array}$$

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

$$C \begin{array}{ccccc} \boxed{1} & \boxed{3} & \boxed{3} & \boxed{5} & \boxed{7} \\ \hline 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

$$B \begin{array}{cccccccc} \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{4} \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array}$$

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	3	3	5	7

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B								4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \dots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	3	3	5	7

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B			1					4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	~~3~~	3	5	7

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B			1					4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	2	3	5	7

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B			1					4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	2	3	5	7

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B			1					4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	2	3	5	7

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B			1					4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum*: $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	2	3	5	7

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B			1					4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	2	3	5	7

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B			1				4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	2	3	5	$\cancel{7}$

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B			1				4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	2	3	5	6

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B			1				4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	2	3	5	6

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B			1				4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	2	3	5	6

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B			1				4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	2	3	5	6

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B			1		3		4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	2	3	$\cancel{5}$	6

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B			1		3		4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	2	3	4	6

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B			1		3		4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

A

1	2	3	4	5	6	7	8
3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$ C

0	1	2	3	4
1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

C

0	1	2	3	4
1	2	3	4	6

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

B

1	2	3	4	5	6	7	8
		1		3		4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

C	1	2	3	4	6
	0	1	2	3	4

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

B			1		3		4	4
	1	2	3	4	5	6	7	8

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	2	3	4	6

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B		1	1		3		4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

C	1	~~2~~	3	4	6
	0	1	2	3	4

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

B		1	1		3		4	4
	1	2	3	4	5	6	7	8

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	1	3	4	6

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B		1	1		3		4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \dots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	1	3	4	6

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B		1	1		3		4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	1	3	4	6

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B		1	1		3	4	4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	1	3	4	~~6~~

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B		1	1		3	4	4	4

CountingSort

Idee:

1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$
2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp:

1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	1	3	4	5

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B		1	1		3	4	4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	1	3	4	5

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B		1	1		3	4	4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	1	1	3	4	5

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B	0	1	1		3	4	4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	~~1~~	1	3	4	5

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B	0	1	1		3	4	4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	0	1	3	4	5

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B	0	1	1		3	4	4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	0	1	3	4	5

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B	0	1	1		3	4	4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

C	0	1	3	4	5
	0	1	2	3	4

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

B	0	1	1		3	4	4	4
	1	2	3	4	5	6	7	8

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	0	1	3	4	5

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B	0	1	1	3	3	4	4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \dots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	0	1	3	~~4~~	5

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B	0	1	1	3	3	4	4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \dots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	0	1	3	3	5

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B	0	1	1	3	3	4	4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	0	1	3	3	5

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B	0	1	1	3	3	4	4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld		C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld		k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	0	1	3	3	5

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B	0	1	1	3	3	4	4	4

CountingSort

Idee: 1) für jedes x in der Eingabe: zähle die Anzahl der Zahlen $\leq x$

2) benütze diese Information um x im Ausgabefeld direkt an die richtige Position zu schreiben

Variable:

A	Eingabefeld	C	Rechenfeld
B	Ausgabefeld	k	begrenzt das *Universum:* $\{0, \ldots, k\}$

Bsp: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	3	0	4	1	3	4	1	4

$\Rightarrow$

	0	1	2	3	4
C	1	2	0	2	3

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

	0	1	2	3	4
C	0	1	3	3	5

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

	1	2	3	4	5	6	7	8
B	0	1	1	3	3	4	4	4

CountingSort ist *stabil!*

CountingSort

Plan: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

CountingSort

Plan: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

Eingabefeld
Ausgabefeld
beschränkt Universum $\{0, \ldots, k\}$

CountingSort(int[ ] A, int[ ] B, int k)

CountingSort

Plan: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

Eingabefeld
Ausgabefeld
beschränkt Universum $\{0, \ldots, k\}$

CountingSort(int[] A, int[] B, int k)
  sei $C[0..k] = \langle 0, 0, \ldots, 0 \rangle$ ein neues Feld
  for $j = 1$ **to** $A.length$ **do** // (1a)
  // $C[i]$ enthält jetzt die Anz. der Elem. gleich i in A
  for $i = 1$ **to** k **do** // (1b)
  // $C[i]$ enthält jetzt die Anz. der Elem. $\leq i$ in A
  for $j = A.length$ **downto** 1 **do**
    // (2)

Aufgabe:

Fülle die Felder mit Code, der obige Idee umsetzt!

CountingSort

Plan: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

Eingabefeld
Ausgabefeld
beschränkt Universum $\{0, \ldots, k\}$

CountingSort(int[] A, int[] B, int k)
  sei $C[0..k] = \langle 0, 0, \ldots, 0 \rangle$ ein neues Feld
  for $j = 1$ **to** $A.length$ **do** $C[A[j]] = C[A[j]] + 1$ // (1a)
  // $C[i]$ enthält jetzt die Anz. der Elem. gleich i in A
  for $i = 1$ **to** k **do** // (1b)
  // $C[i]$ enthält jetzt die Anz. der Elem. $\leq i$ in A
  for $j = A.length$ **downto** 1 **do**
    // (2)

Aufgabe:

Fülle die Felder mit Code, der obige Idee umsetzt!

CountingSort

Plan: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

Eingabefeld
Ausgabefeld
beschränkt Universum $\{0, \ldots, k\}$

CountingSort(int[ ] A, int[ ] B, int k)
  sei $C[0..k] = \langle 0, 0, \ldots, 0 \rangle$ ein neues Feld
  for $j = 1$ **to** $A.length$ **do** $C[A[j]] = C[A[j]] + 1$ // (1a)
  // $C[i]$ enthält jetzt die Anz. der Elem. gleich i in A
  for $i = 1$ **to** k **do** $C[i] = C[i] + C[i-1]$ // (1b)
  // $C[i]$ enthält jetzt die Anz. der Elem. $\leq i$ in A
  for $j = A.length$ **downto** 1 **do**
    // (2)

Aufgabe:

Fülle die Felder mit Code, der obige Idee umsetzt!

CountingSort

Plan: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

Eingabefeld
Ausgabefeld
beschränkt Universum $\{0, \ldots, k\}$

CountingSort(int[ ] A, int[ ] B, int k)
  sei $C[0..k] = \langle 0, 0, \ldots, 0 \rangle$ ein neues Feld
  for $j = 1$ **to** $A.length$ **do** $C[A[j]] = C[A[j]] + 1$ // (1a)
  // $C[i]$ enthält jetzt die Anz. der Elem. gleich i in A
  for $i = 1$ **to** k **do** $C[i] = C[i] + C[i-1]$ // (1b)
  // $C[i]$ enthält jetzt die Anz. der Elem. $\leq i$ in A
  for $j = A.length$ **downto** 1 **do**
    $B[C[A[j]]] = A[j]$ // (2)

Aufgabe:

Fülle die Felder mit Code, der obige Idee umsetzt!

CountingSort

Plan: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

Eingabefeld
Ausgabefeld
beschränkt Universum $\{0, \ldots, k\}$

CountingSort(int[ ] A, int[ ] B, int k)
  sei $C[0..k] = \langle 0, 0, \ldots, 0 \rangle$ ein neues Feld
  for $j = 1$ **to** $A.length$ **do** $C[A[j]] = C[A[j]] + 1$ // (1a)
  // $C[i]$ enthält jetzt die Anz. der Elem. gleich i in A
  for $i = 1$ **to** k **do** $C[i] = C[i] + C[i-1]$ // (1b)
  // $C[i]$ enthält jetzt die Anz. der Elem. $\leq i$ in A
  for $j = A.length$ **downto** 1 **do**
    $B[C[A[j]]] = A[j]$
    $C[A[j]] = C[A[j]] - 1$ // (2)

Aufgabe:

Fülle die Felder mit Code, der obige Idee umsetzt!

CountingSort

Laufzeit:
$O(\qquad)$

Plan: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

Eingabefeld
Ausgabefeld
beschränkt Universum $\{0, \dots, k\}$

CountingSort(int[ ] A, int[ ] B, int k)
  sei $C[0..k] = \langle 0, 0, \dots, 0 \rangle$ ein neues Feld
  for $j = 1$ **to** $A.length$ **do** $C[A[j]] = C[A[j]] + 1$ // (1a)
  // $C[i]$ enthält jetzt die Anz. der Elem. gleich i in A
  for $i = 1$ **to** k **do** $C[i] = C[i] + C[i-1]$ // (1b)
  // $C[i]$ enthält jetzt die Anz. der Elem. $\leq i$ in A
  for $j = A.length$ **downto** 1 **do**
    $B[C[A[j]]] = A[j]$
    $C[A[j]] = C[A[j]] - 1$ // (2)

CountingSort

Laufzeit: $O(\boxed{} + \boxed{})$

Plan: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

Eingabefeld
Ausgabefeld
beschränkt Universum $\{0, \ldots, k\}$

CountingSort(int[ ] A, int[ ] B, int k)
  sei $C[0..\boxed{k}] = \langle 0, 0, \ldots, 0 \rangle$ ein neues Feld
  for $j = 1$ **to** $\boxed{A.length}$ **do** $C[A[j]] = C[A[j]] + 1$ // (1a)
  // $C[i]$ enthält jetzt die Anz. der Elem. gleich i in A
  for $i = 1$ **to** $\boxed{k}$ **do** $C[i] = C[i] + C[i-1]$ // (1b)
  // $C[i]$ enthält jetzt die Anz. der Elem. $\leq i$ in A
  for $j = \boxed{A.length}$ **downto** 1 **do**
    $B[C[A[j]]] = A[j]$
    $C[A[j]] = C[A[j]] - 1$ // (2)

CountingSort

Laufzeit: $O(n + k)$

Plan: 1a) Für jedes x in A, zähle die Anz. der Zahlen gleich x

1b) Für jedes x in A, berechne die Anz. der Zahlen $\leq x$

2) Schreibe jedes x in A direkt an die richtige Position in B

Eingabefeld
Ausgabefeld
beschränkt Universum $\{0, \ldots, k\}$

CountingSort(int[] A, int[] B, int k)
  sei $C[0..k] = \langle 0, 0, \ldots, 0 \rangle$ ein neues Feld
  for $j = 1$ **to** $A.length$ **do** $C[A[j]] = C[A[j]] + 1$ // (1a)
  // $C[i]$ enthält jetzt die Anz. der Elem. gleich i in A
  for $i = 1$ **to** k **do** $C[i] = C[i] + C[i-1]$ // (1b)
  // $C[i]$ enthält jetzt die Anz. der Elem. $\leq i$ in A
  for $j = A.length$ **downto** 1 **do**
    $B[C[A[j]]] = A[j]$
    $C[A[j]] = C[A[j]] - 1$ // (2)

Zusammenfassung

- Jedes vergleichsbasierte Sortierverfahren braucht im schlechtesten Fall $\Omega(n \log n)$ Vergleiche.
- CountingSort sortiert Zahlen in $\{0, \ldots, k\}$ (*stabil!*)
  Laufzeit für n Zahlen: $O(n + k)$
- RadixSort sortiert s-stellige b-adische Zahlen
- BucketSort sortiert gleichverteilte zufällige Zahlen

Zusammenfassung

- Jedes vergleichsbasierte Sortierverfahren braucht im schlechtesten Fall $\Omega(n \log n)$ Vergleiche.

- CountingSort sortiert Zahlen in $\{0, \dots, k\}$ (*stabil!*)
  Laufzeit für n Zahlen: $O(n + k)$

- RadixSort sortiert s-stellige b-adische Zahlen

- BucketSort sortiert gleichverteilte zufällige Zahlen

RadixSort

Frage: Gegeben Liste von Menschen mit deren Geburtstagen.
Wie würden Sie die Liste nach Alter sortieren?

RadixSort

(Jahr, Monat, Tag)

Frage: Gegeben Liste von Menschen mit deren Geburtstagen.
Wie würden Sie die Liste nach Alter sortieren?

RadixSort

(Jahr, Monat, Tag)

Frage: Gegeben Liste von Menschen mit deren Geburtstagen.
Wie würden Sie die Liste nach Alter sortieren?

Drei (?) Lösungen:

RadixSort

(Jahr, Monat, Tag)

Frage: Gegeben Liste von Menschen mit deren Geburtstagen. Wie würden Sie die Liste nach Alter sortieren?

Drei (?) Lösungen:

- Geburtstage in Anz. Tage seit 1.1.1970 umrechnen, dann vergleichsbasiertes Sortierverfahren verwenden.

RadixSort

(Jahr, Monat, Tag)

Frage: Gegeben Liste von Menschen mit deren Geburtstagen.
Wie würden Sie die Liste nach Alter sortieren?

Drei (?) Lösungen:

- Geburtstage in Anz. Tage seit 1.1.1970 umrechnen, dann vergleichsbasiertes Sortierverfahren verwenden.
- Spezielle Vergleichsroutine schreiben und in vergleichsbasiertes Sortierverfahren einbauen.

RadixSort

(Jahr, Monat, Tag)

Frage: Gegeben Liste von Menschen mit deren Geburtstagen. Wie würden Sie die Liste nach Alter sortieren?

Drei (?) Lösungen:

- Geburtstage in Anz. Tage seit 1.1.1970 umrechnen, dann vergleichsbasiertes Sortierverfahren verwenden.
- Spezielle Vergleichsroutine schreiben und in vergleichsbasiertes Sortierverfahren einbauen.
- Liste $3\times$ sortieren: je $1\times$ nach Jahr, Monat, Tag.

RadixSort

(Jahr, Monat, Tag)

Frage: Gegeben Liste von Menschen mit deren Geburtstagen.
Wie würden Sie die Liste nach Alter sortieren?

Drei (?) Lösungen:

- Geburtstage in Anz. Tage seit 1.1.1970 umrechnen, dann vergleichsbasiertes Sortierverfahren verwenden.
- Spezielle Vergleichsroutine schreiben und in vergleichsbasiertes Sortierverfahren einbauen.
- Liste $3\times$ sortieren: je $1\times$ nach Jahr, Monat, Tag.
  Aber in welcher Reihenfolge??

RadixSort

(Jahr, Monat, Tag)

Frage: Gegeben Liste von Menschen mit deren Geburtstagen.
Wie würden Sie die Liste nach Alter sortieren?

Drei (?) Lösungen:

- Geburtstage in Anz. Tage seit 1.1.1970 umrechnen, dann vergleichsbasiertes Sortierverfahren verwenden.
- Spezielle Vergleichsroutine schreiben und in vergleichsbasiertes Sortierverfahren einbauen.
- Liste $3\times$ sortieren: je $1\times$ nach Jahr, Monat, Tag.
  Aber in welcher Reihenfolge??

RadixSort(A, s)

RadixSort

(Jahr, Monat, Tag)

Frage: Gegeben Liste von Menschen mit deren Geburtstagen.
Wie würden Sie die Liste nach Alter sortieren?

Drei (?) Lösungen:

- Geburtstage in Anz. Tage seit 1.1.1970 umrechnen, dann vergleichsbasiertes Sortierverfahren verwenden.
- Spezielle Vergleichsroutine schreiben und in vergleichsbasiertes Sortierverfahren einbauen.
- Liste $3\times$ sortieren: je $1\times$ nach Jahr, Monat, Tag. *Aber in welcher Reihenfolge??*

RadixSort(A, s) Anz. Stellen (hier: 3)

RadixSort

(Jahr, Monat, Tag)

Frage: Gegeben Liste von Menschen mit deren Geburtstagen. Wie würden Sie die Liste nach Alter sortieren?

Drei (?) Lösungen:

- Geburtstage in Anz. Tage seit 1.1.1970 umrechnen, dann vergleichsbasiertes Sortierverfahren verwenden.
- Spezielle Vergleichsroutine schreiben und in vergleichsbasiertes Sortierverfahren einbauen.
- Liste $3\times$ sortieren: je $1\times$ nach Jahr, Monat, Tag. *Aber in welcher Reihenfolge??*

RadixSort(A, s) Anz. Stellen (hier: 3)

for $i = 1$ **to** s **do**
  sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

RadixSort

(Jahr, Monat, Tag)

Frage: Gegeben Liste von Menschen mit deren Geburtstagen.
Wie würden Sie die Liste nach Alter sortieren?

Drei (?) Lösungen:

- Geburtstage in Anz. Tage seit 1.1.1970 umrechnen, dann vergleichsbasiertes Sortierverfahren verwenden.
- Spezielle Vergleichsroutine schreiben und in vergleichsbasiertes Sortierverfahren einbauen.
- Liste $3\times$ sortieren: je $1\times$ nach Jahr, Monat, Tag.
  Aber in welcher Reihenfolge??

RadixSort(A, s) Anz. Stellen (hier: 3)

for $i = 1$ **to** s **do** [$1 =$ Index der *niederwertigsten (!)* Stelle]
  sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

RadixSort

(Jahr, Monat, Tag)

Frage: Gegeben Liste von Menschen mit deren Geburtstagen.
Wie würden Sie die Liste nach Alter sortieren?

Drei (?) Lösungen:

- Geburtstage in Anz. Tage seit 1.1.1970 umrechnen, dann vergleichsbasiertes Sortierverfahren verwenden.
- Spezielle Vergleichsroutine schreiben und in vergleichsbasiertes Sortierverfahren einbauen.
- Liste $3\times$ sortieren: je $1\times$ nach Jahr, Monat, Tag.
  Aber in welcher Reihenfolge??

RadixSort(A, s)   Anz. Stellen (hier: 3)

for $i = 1$ **to** s **do**   [$1 =$ Index der *niederwertigsten (!)* Stelle]
  sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

z.B. mit CountingSort

RadixSort

(Jahr, Monat, Tag)

Frage: Gegeben Liste von Menschen mit deren Geburtstagen.
Wie würden Sie die Liste nach Alter sortieren?

Drei (?) Lösungen:

- Geburtstage in Anz. Tage seit 1.1.1970 umrechnen, dann vergleichsbasiertes Sortierverfahren verwenden.
- Spezielle Vergleichsroutine schreiben und in vergleichsbasiertes Sortierverfahren einbauen.
- Liste $3\times$ sortieren: je $1\times$ nach Jahr, Monat, Tag.
  Aber in welcher Reihenfolge??

RadixSort(A, s) Anz. Stellen (hier: 3) **Laufzeit?**

for $i = 1$ **to** s **do** [$1 =$ Index der *niederwertigsten (!)* Stelle]
  sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

z.B. mit CountingSort

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
  ⌊ sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
 sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, \qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
  sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, \qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
 sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, \qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**

└ sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, \qquad\qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
 sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, \qquad\qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
 └ sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, \qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
  sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, \qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
  sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, \qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
  sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, \qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
  sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, \qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
 sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, \quad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
 sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, \quad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
 sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
 sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
 sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
  ∟ sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

$$A_2 = \langle \qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
 sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

$$A_2 = \langle 11, \qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**

 sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

$$A_2 = \langle 11, \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
  sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

$$A_2 = \langle 11, 13, \qquad\qquad\qquad\qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
 sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

$$A_2 = \langle 11, 13, \qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
 sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

$$A_2 = \langle 11, 13, 15, \qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
  sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

$$A_2 = \langle 11, 13, 15, \qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
  sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

$$A_2 = \langle 11, 13, 15, 23, \qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
 sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

$$A_2 = \langle 11, 13, 15, 23, \qquad\qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
  sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

$$A_2 = \langle 11, 13, 15, 23, 25, \qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
  sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

$$A_2 = \langle 11, 13, 15, 23, 25, \qquad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
 sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

$$A_2 = \langle 11, 13, 15, 23, 25, 31, \quad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
  sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

$$A_2 = \langle 11, 13, 15, 23, 25, 31, \quad \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
└ sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

$$A_2 = \langle 11, 13, 15, 23, 25, 31, 37 \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
  ∟ sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

$$A_2 = \langle 11, 13, 15, 23, 25, 31, 37 \rangle$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
  sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Beispiel

Sortiere $A = \langle 25, 13, 31, 23, 11, 37, 15 \rangle$:

Gemäß RadixSort erst nach Einern, dann (stabil) nach Zehnern.

$$A_1 = \langle 31, 11, 13, 23, 25, 15, 37 \rangle$$

$$A_2 = \langle 11, 13, 15, 23, 25, 31, 37 \rangle \quad \checkmark$$

RadixSort(A, s)

for $i = 1$ **to** s **do**
  sortiere A *stabil* nach der i-ten Stelle

Zusammenfassung

- Jedes vergleichsbasierte Sortierverfahren braucht im schlechtesten Fall $\Omega(n \log n)$ Vergleiche.
- CountingSort sortiert Zahlen in $\{0, \dots, k\}$ (*stabil!*)
  Laufzeit für n Zahlen: $O(n + k)$
- RadixSort sortiert s-stellige b-adische Zahlen
  Laufzeit für n Zahlen: $O(s \cdot (n + b))$
- BucketSort sortiert gleichverteilte zufällige Zahlen

Zusammenfassung

- Jedes vergleichsbasierte Sortierverfahren braucht im schlechtesten Fall $\Omega(n \log n)$ Vergleiche.
- CountingSort sortiert Zahlen in $\{0, \dots, k\}$ (*stabil!*)
  Laufzeit für n Zahlen: $O(n + k)$
- RadixSort sortiert s-stellige b-adische Zahlen
  Laufzeit für n Zahlen: $O(s \cdot (n + b))$
- BucketSort sortiert gleichverteilte zufällige Zahlen

BucketSort

(c) www.seafish.org

BucketSort

[CLRS]

	A
1	.78
2	.17
3	.39
4	.21
5	.72
6	.94
7	.26
8	.12
9	.23
10	.68

(c) www.seafish.org

BucketSort

[CLRS]

	A
1	.78
2	.17
3	.39
4	.21
5	.72
6	.94
7	.26
8	.12
9	.23
10	.68

Eingabefeld $A[1..n]$ enthält Zahlen,
zufällig und gleichverteilt aus $[0, 1)$ gezogen

BucketSort

[CLRS]

	A
1	.78
2	.17
3	.39
4	.21
5	.72
6	.94
7	.26
8	.12
9	.23
10	.68

(c) www.seafish.org

Eingabefeld $A[1..n]$ enthält Zahlen,
zufällig und gleichverteilt aus $[0,1)$ gezogen

[Im Bsp. auf 2 Nachkommastellen gerundet!]

BucketSort

[CLRS]

	A		B
1	.78	0	
2	.17	1	
3	.39	2	
4	.21	3	
5	.72	4	
6	.94	5	
7	.26	6	
8	.12	7	
9	.23	8	
10	.68	9	

(c) www.seafish.org

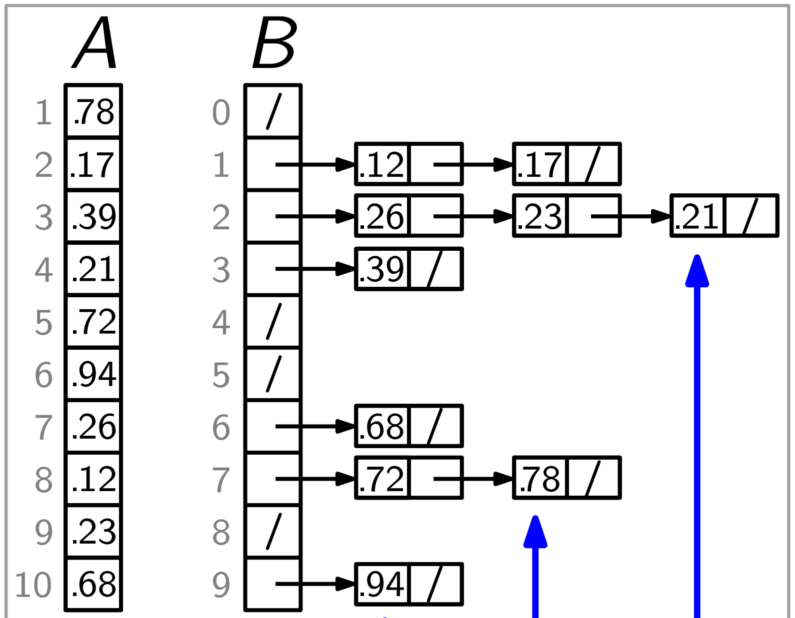
Hilfsfeld $B[0..n-1]$;
jeder Eintrag entspricht einem „Eimer“ der Weite $1/n$

Eingabefeld $A[1..n]$ enthält Zahlen,
zufällig und gleichverteilt aus $[0,1)$ gezogen

[Im Bsp. auf 2 Nachkommastellen gerundet!]

BucketSort

[CLRS]



(c) www.seafish.org

„Eimerinhalt“: *Verkettete Liste* von Elementen aus A.

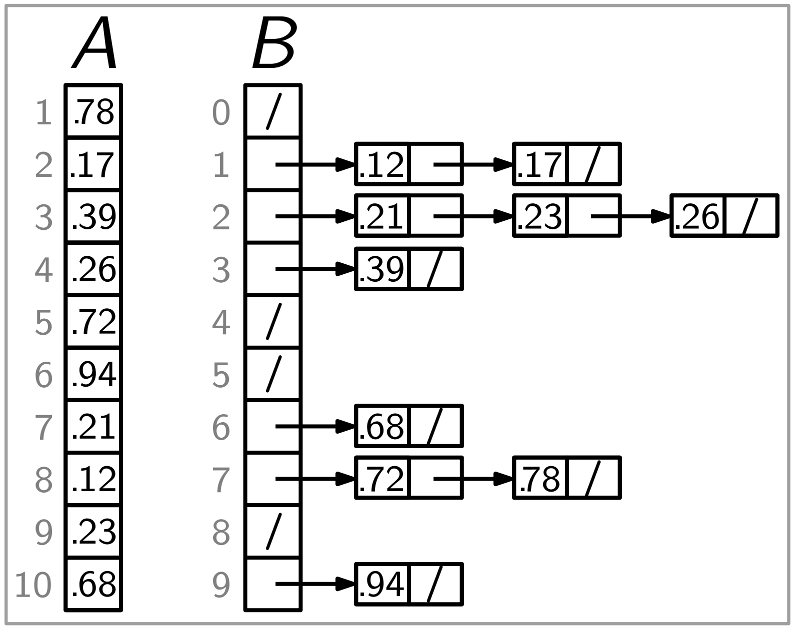
Hilfsfeld $B[0..n-1]$;
jeder Eintrag entspricht einem „Eimer“ der Weite $1/n$

Eingabefeld $A[1..n]$ enthält Zahlen,
zufällig und gleichverteilt aus $[0, 1)$ gezogen

[Im Bsp. auf 2 Nachkommastellen gerundet!]

BucketSort

[CLRS]



BucketSort(Feld A von Zahlen in $[0, 1)$)

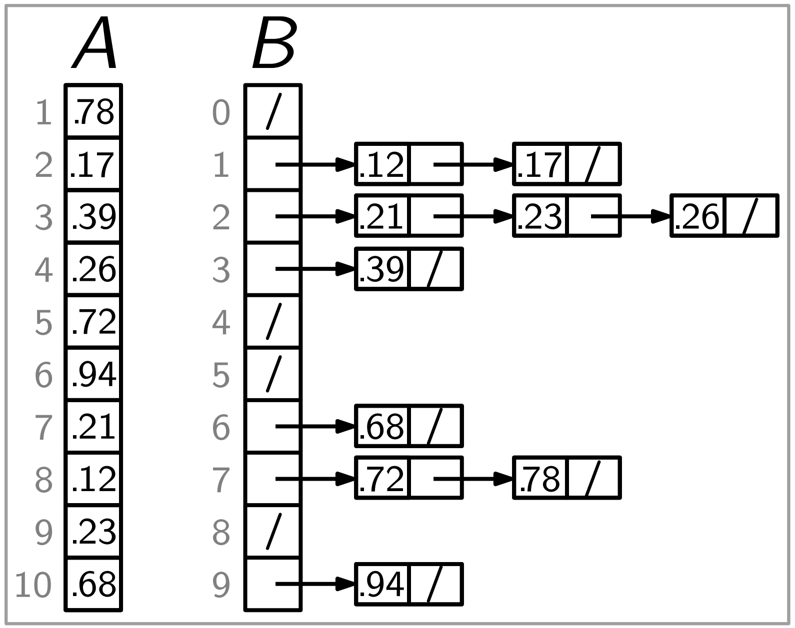
$n = A.\mathit{length}$
lege Feld $B[0..n-1]$ von Listen an
for $j = 1$ **to** n **do**
 füge $A[j]$ in Liste $B[\quad]$ ein
for $i = 0$ **to** $n-1$ **do**
 sortiere Liste $B[i]$

Aufgabe:

Fülle die Felder mit Code, der BucketSort umsetzt!

BucketSort

[CLRS]



BucketSort(Feld A von Zahlen in $[0, 1)$)

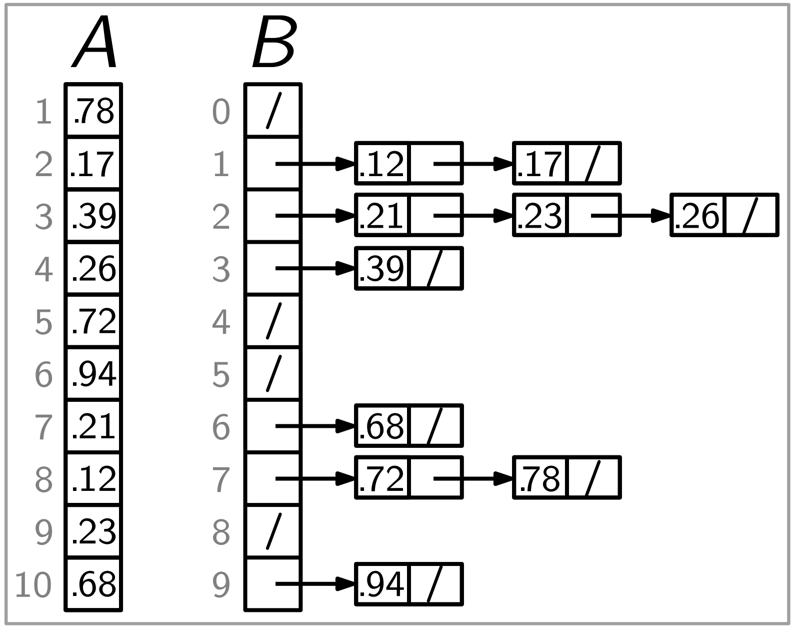
$n = A.\mathit{length}$
lege Feld $B[0..n-1]$ von Listen an
for $j = 1$ **to** n **do**
  füge $A[j]$ in Liste $B[\lfloor n \cdot A[j] \rfloor]$ ein
for $i = 0$ **to** $n - 1$ **do**
  sortiere Liste $B[i]$

Aufgabe:

Fülle die Felder mit Code, der BucketSort umsetzt!

BucketSort

[CLRS]

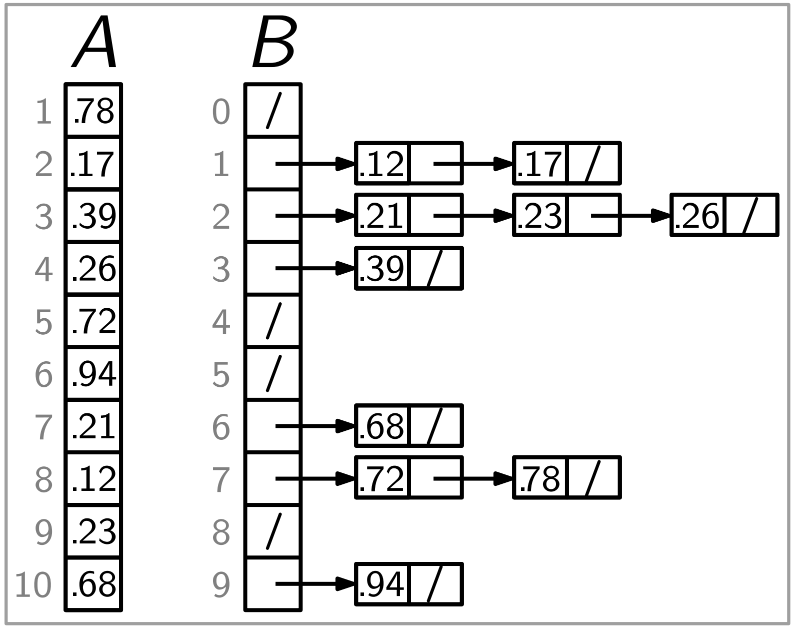


BucketSort(Feld A von Zahlen in $[0, 1)$)

$n = A.length$
lege Feld $B[0..n-1]$ von Listen an
for $j = 1$ **to** n **do**
  füge $A[j]$ in Liste $B[\lfloor n \cdot A[j] \rfloor]$ ein
for $i = 0$ **to** $n-1$ **do**
  sortiere Liste $B[i]$
hänge $B[0], \ldots, B[n-1]$ aneinander
kopiere das Ergebnis nach $A[1..n]$

BucketSort

[CLRS]

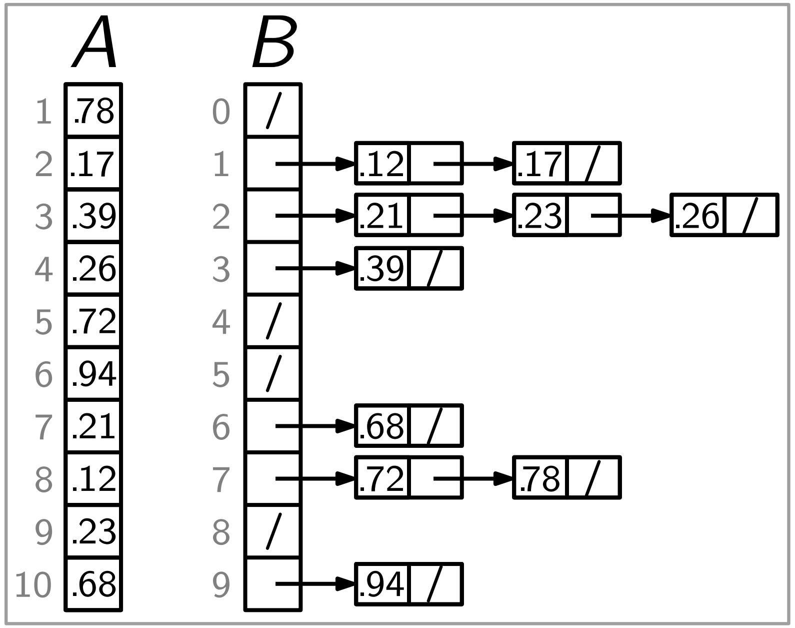


BucketSort(Feld A von Zahlen in $[0,1)$)

$n = A.length$
lege Feld $B[0..n-1]$ von Listen an
for $j = 1$ **to** n **do**
  füge $A[j]$ in Liste $B[\lfloor n \cdot A[j] \rfloor]$ ein
for $i = 0$ **to** $n-1$ **do** $\Downarrow$
  sortiere Liste $B[i]$
hänge $B[0], \dots, B[n-1]$ aneinander
kopiere das Ergebnis nach $A[1..n]$

BucketSort

[CLRS]

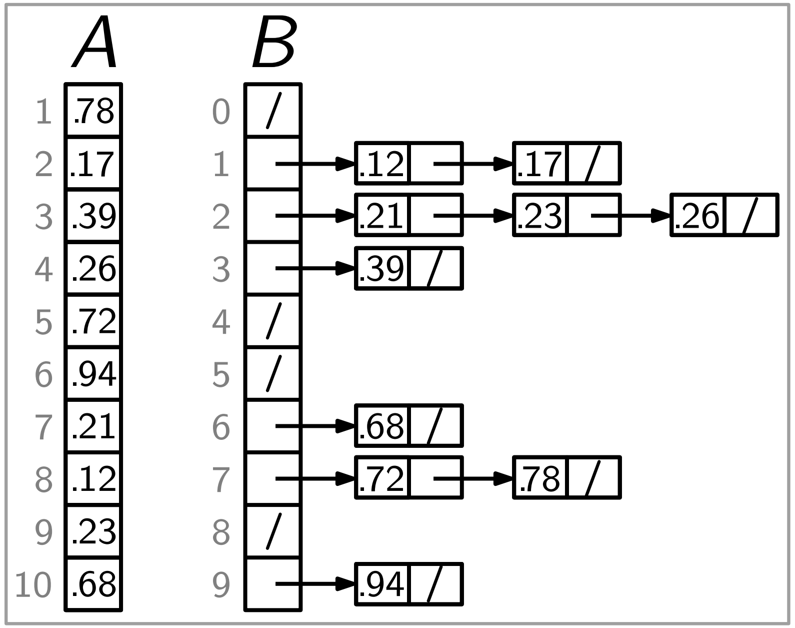


BucketSort(Feld A von Zahlen in $[0, 1)$)

$n = A.\mathit{length}$
lege Feld $B[0..n-1]$ von Listen an
for $j = 1$ **to** n **do**
  füge $A[j]$ in Liste $B[\lfloor n \cdot A[j] \rfloor]$ ein
for $i = 0$ **to** $n - 1$ **do** $\Downarrow$
  sortiere Liste $B[i]$ $= [\frac{i}{n}, \frac{i+1}{n}) \cap A$
hänge $B[0], \ldots, B[n-1]$ aneinander
kopiere das Ergebnis nach $A[1..n]$

BucketSort

[CLRS]



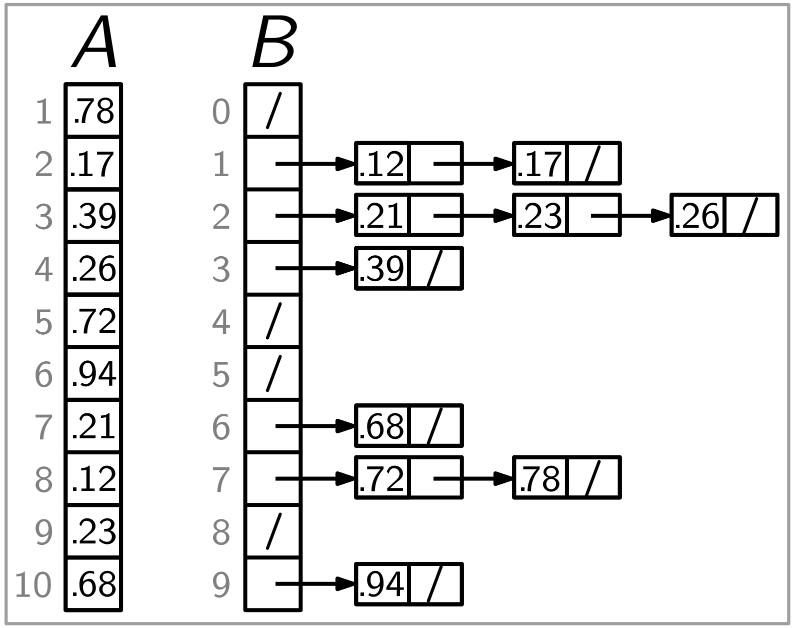
BucketSort(Feld A von Zahlen in $[0,1)$)

$n = A.length$
lege Feld $B[0..n-1]$ von Listen an
for $j = 1$ **to** n **do**
  füge $A[j]$ in Liste $B[\lfloor n \cdot A[j] \rfloor]$ ein
for $i = 0$ **to** $n-1$ **do** $\Downarrow$
  sortiere Liste $B[i]$ $= [\frac{i}{n}, \frac{i+1}{n}) \cap A$
hänge $B[0], \ldots, B[n-1]$ aneinander
kopiere das Ergebnis nach $A[1..n]$

Korrektheit? 2 Fälle:

BucketSort

[CLRS]



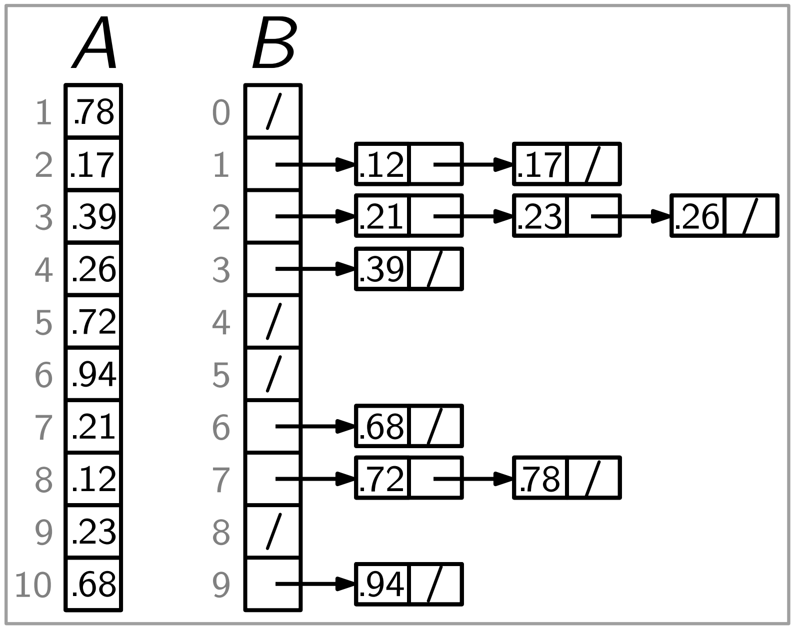
BucketSort(Feld A von Zahlen in $[0,1)$)

$n = A.length$
lege Feld $B[0..n-1]$ von Listen an
for $j = 1$ **to** n **do**
 füge $A[j]$ in Liste $B[\lfloor n \cdot A[j] \rfloor]$ ein
for $i = 0$ **to** $n-1$ **do**
 sortiere Liste $B[i]$ $= [\frac{i}{n}, \frac{i+1}{n}) \cap A$
hänge $B[0], \ldots, B[n-1]$ aneinander
kopiere das Ergebnis nach $A[1..n]$

Korrektheit? 2 Fälle:
- $A[i]$ und $A[j]$ in der gleichen Liste
- $A[i]$ und $A[j]$ in verschiedenen Listen

BucketSort

[CLRS]



BucketSort(Feld A von Zahlen in $[0,1)$)

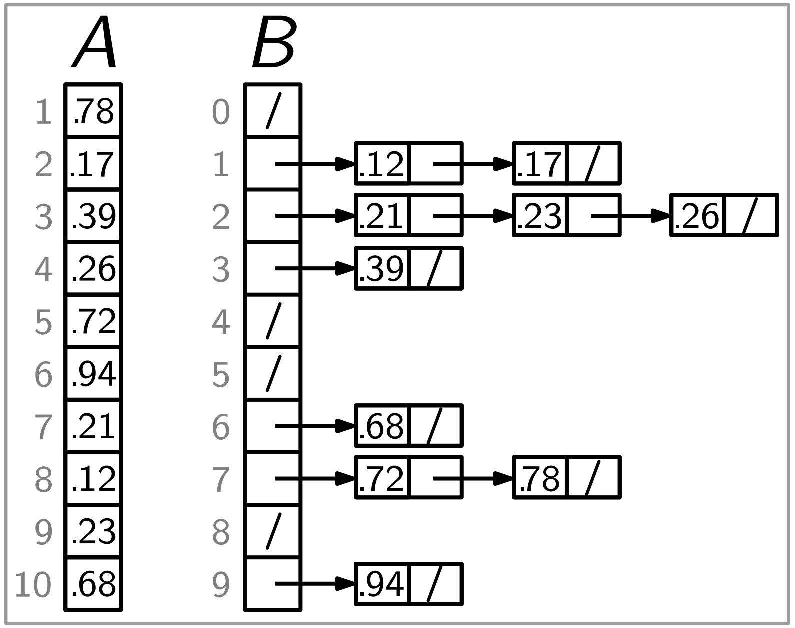
$n = A.\mathit{length}$
lege Feld $B[0..n-1]$ von Listen an
for $j = 1$ **to** n **do**
  füge $A[j]$ in Liste $B[\lfloor n \cdot A[j] \rfloor]$ ein
for $i = 0$ **to** $n-1$ **do** $\Downarrow$
  sortiere Liste $B[i]$ $= [\frac{i}{n}, \frac{i+1}{n}) \cap A$
hänge $B[0], \ldots, B[n-1]$ aneinander
kopiere das Ergebnis nach $A[1..n]$

Korrektheit? 2 Fälle:
- $A[i]$ und $A[j]$ in der gleichen Liste
- $A[i]$ und $A[j]$ in verschiedenen Listen

Laufzeit?

BucketSort

[CLRS]



BucketSort(Feld A von Zahlen in $[0,1)$)

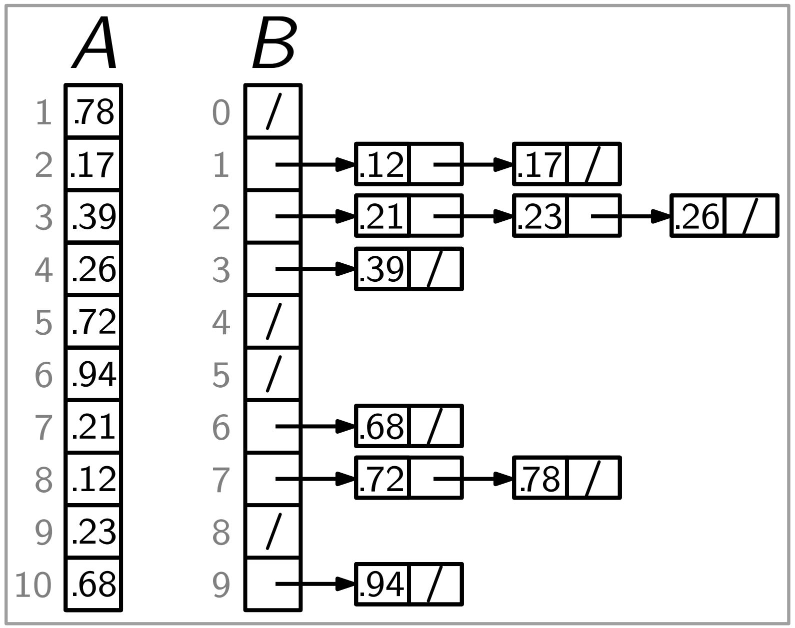
$n = A.\mathit{length}$
lege Feld $B[0..n-1]$ von Listen an
for $j = 1$ **to** n **do**
  füge $A[j]$ in Liste $B[\lfloor n \cdot A[j] \rfloor]$ ein
for $i = 0$ **to** $n-1$ **do** $\Downarrow$
  sortiere Liste $B[i]$ $= [\frac{i}{n}, \frac{i+1}{n}) \cap A$
hänge $B[0], \ldots, B[n-1]$ aneinander
kopiere das Ergebnis nach $A[1..n]$

Korrektheit? 2 Fälle: – $A[i]$ und $A[j]$ in der gleichen Liste
– $A[i]$ und $A[j]$ in verschiedenen Listen

Laufzeit? – *erwartet*, hängt von den zufälligen Zahlen in A ab

BucketSort

[CLRS]



BucketSort(Feld A von Zahlen in $[0,1)$)

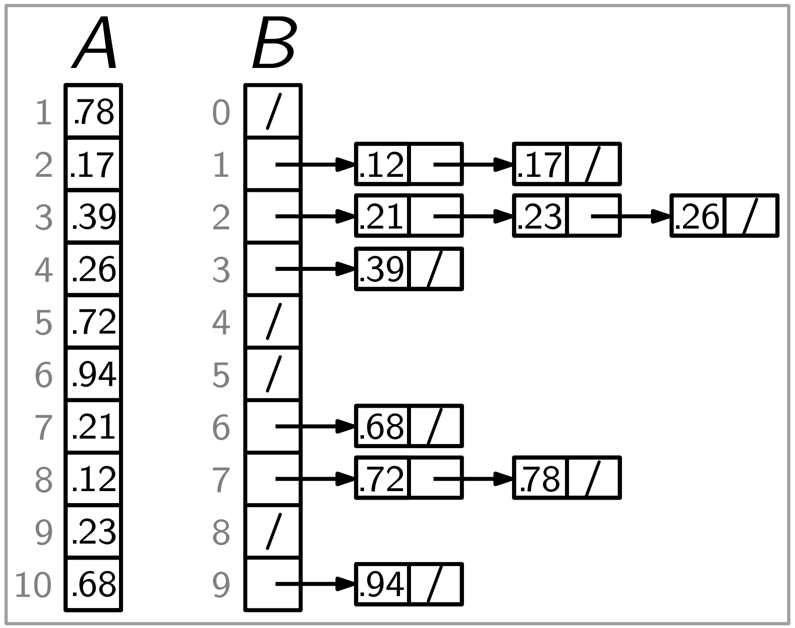
$n = A.\mathit{length}$
lege Feld $B[0..n-1]$ von Listen an
for $j = 1$ **to** n **do**
 füge $A[j]$ in Liste $B[\lfloor n \cdot A[j] \rfloor]$ ein
for $i = 0$ **to** $n-1$ **do** $\Downarrow$
 sortiere Liste $B[i]$ $= [\frac{i}{n}, \frac{i+1}{n}) \cap A$
hänge $B[0], \dots, B[n-1]$ aneinander
kopiere das Ergebnis nach $A[1..n]$

Korrektheit? 2 Fälle:
- $A[i]$ und $A[j]$ in der gleichen Liste
- $A[i]$ und $A[j]$ in verschiedenen Listen

Laufzeit?
- *erwartet*, hängt von den zufälligen Zahlen in A ab
- hängt vom Sortieralgorithmus in Zeile 6 ab;

BucketSort

[CLRS]



BucketSort(Feld A von Zahlen in $[0,1)$)

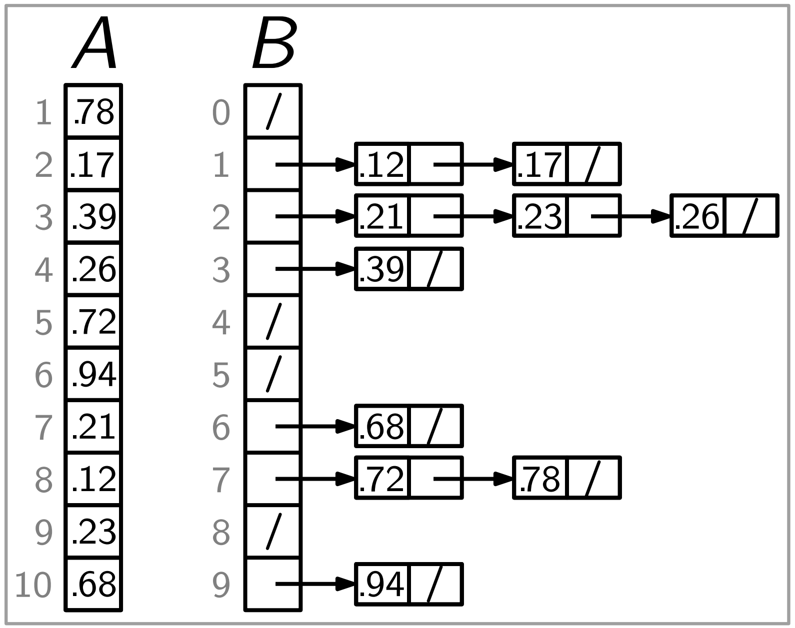
$n = A.\mathit{length}$
lege Feld $B[0..n-1]$ von Listen an
for $j = 1$ **to** n **do**
  füge $A[j]$ in Liste $B[\lfloor n \cdot A[j] \rfloor]$ ein
for $i = 0$ **to** $n - 1$ **do** $\Downarrow$
  sortiere Liste $B[i]$ $= [\frac{i}{n}, \frac{i+1}{n}) \cap A$
hänge $B[0], \ldots, B[n-1]$ aneinander
kopiere das Ergebnis nach $A[1..n]$

Korrektheit? 2 Fälle:
– $A[i]$ und $A[j]$ in der gleichen Liste
– $A[i]$ und $A[j]$ in verschiedenen Listen

Laufzeit?
– *erwartet*, hängt von den zufälligen Zahlen in A ab
– hängt vom Sortieralgorithmus in Zeile 6 ab;
wir nehmen InsertionSort:

BucketSort

[CLRS]



BucketSort(Feld A von Zahlen in $[0,1)$)

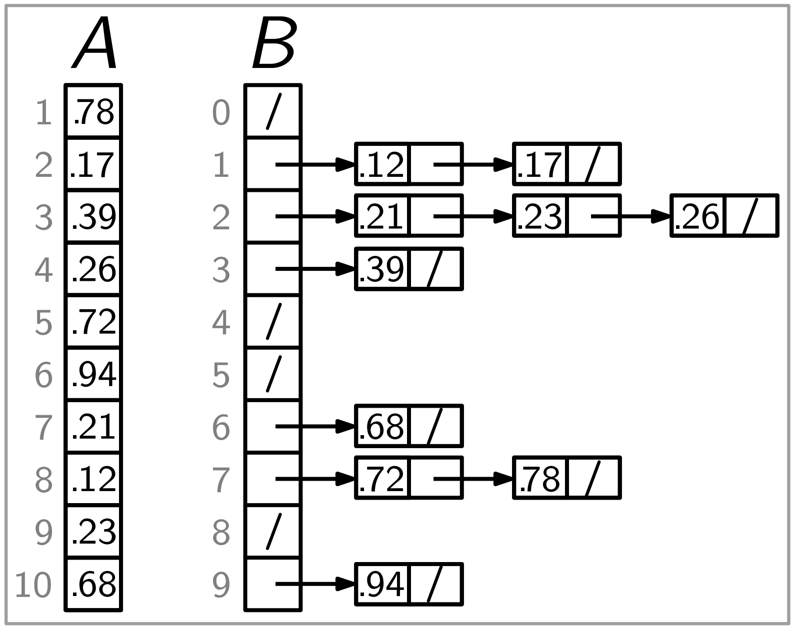
$n = A.\mathit{length}$
lege Feld $B[0..n-1]$ von Listen an
for $j = 1$ **to** n **do**
  füge $A[j]$ in Liste $B[\lfloor n \cdot A[j] \rfloor]$ ein
for $i = 0$ **to** $n-1$ **do** $\Downarrow$
  sortiere Liste $B[i]$ $= [\frac{i}{n}, \frac{i+1}{n}) \cap A$
hänge $B[0], \dots, B[n-1]$ aneinander
kopiere das Ergebnis nach $A[1..n]$

Korrektheit? 2 Fälle:
– $A[i]$ und $A[j]$ in der gleichen Liste
– $A[i]$ und $A[j]$ in verschiedenen Listen

Laufzeit?
– *erwartet*, hängt von den zufälligen Zahlen in A ab
– hängt vom Sortieralgorithmus in Zeile 6 ab;
wir nehmen InsertionSort: schnell auf kurzen Listen!

BucketSort

[CLRS]



BucketSort(Feld A von Zahlen in $[0,1)$)

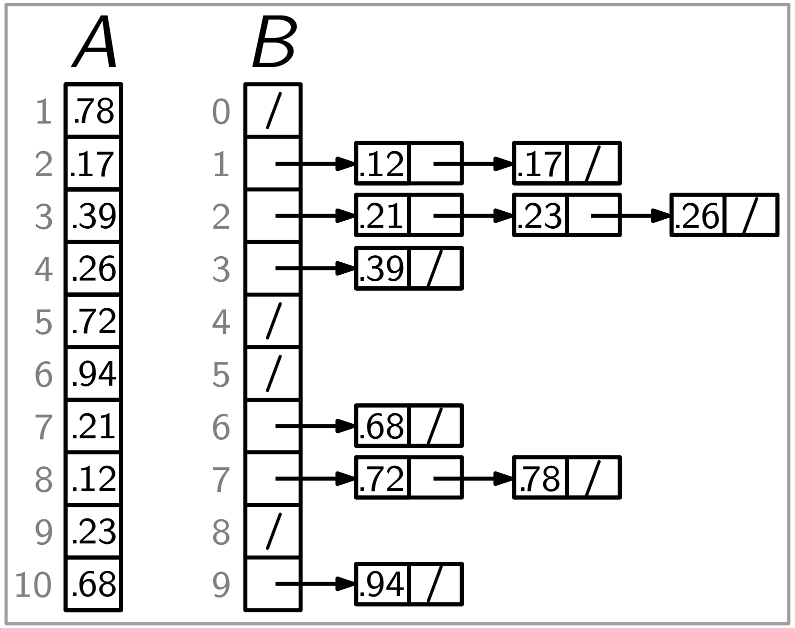
$n = A.\mathit{length}$
lege Feld $B[0..n-1]$ von Listen an
for $j = 1$ **to** n **do**
  füge $A[j]$ in Liste $B[\lfloor n \cdot A[j] \rfloor]$ ein
for $i = 0$ **to** $n-1$ **do**
  sortiere Liste $B[i]$
hänge $B[0], \ldots, B[n-1]$ aneinander
kopiere das Ergebnis nach $A[1..n]$

Korrektheit? 2 Fälle:
- $A[i]$ und $A[j]$ in der gleichen Liste
- $A[i]$ und $A[j]$ in verschiedenen Listen

Laufzeit? $T_{\mathrm{BS}}(n) =$

BucketSort

[CLRS]



BucketSort(Feld A von Zahlen in $[0, 1)$)

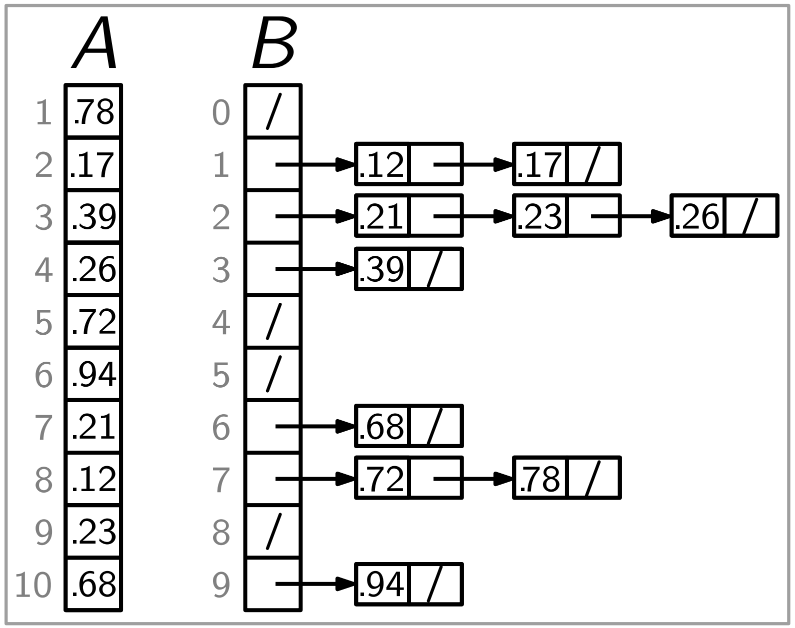
$n = A.length$
lege Feld $B[0..n-1]$ von Listen an
for $j = 1$ **to** n **do**
  füge $A[j]$ in Liste $B[\lfloor n \cdot A[j] \rfloor]$ ein
for $i = 0$ **to** $n-1$ **do**
  sortiere Liste $B[i]$
hänge $B[0], \ldots, B[n-1]$ aneinander
kopiere das Ergebnis nach $A[1..n]$

Korrektheit? 2 Fälle:
– $A[i]$ und $A[j]$ in der gleichen Liste
– $A[i]$ und $A[j]$ in verschiedenen Listen

Laufzeit? $T_{\mathrm{BS}}(n) =$

BucketSort

[CLRS]



BucketSort(Feld A von Zahlen in $[0, 1)$)

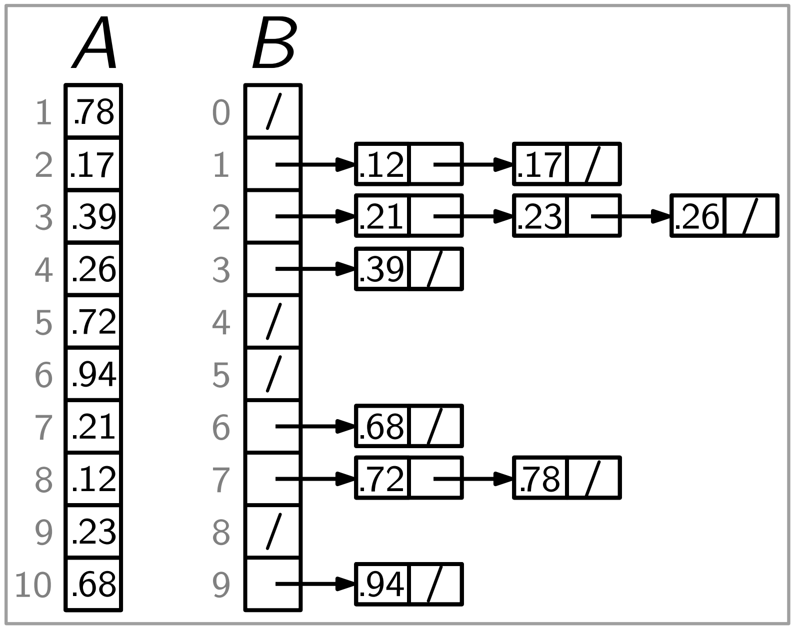
$n = A.length$
lege Feld $B[0..n-1]$ von Listen an
for $j = 1$ **to** n **do**
  füge $A[j]$ in Liste $B[\lfloor n \cdot A[j] \rfloor]$ ein
for $i = 0$ **to** $n-1$ **do**
  sortiere Liste $B[i]$
hänge $B[0], \dots, B[n-1]$ aneinander
kopiere das Ergebnis nach $A[1..n]$

Korrektheit? 2 Fälle:
– $A[i]$ und $A[j]$ in der gleichen Liste
– $A[i]$ und $A[j]$ in verschiedenen Listen

Laufzeit? $T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + $

BucketSort

[CLRS]



BucketSort(Feld A von Zahlen in $[0,1)$)

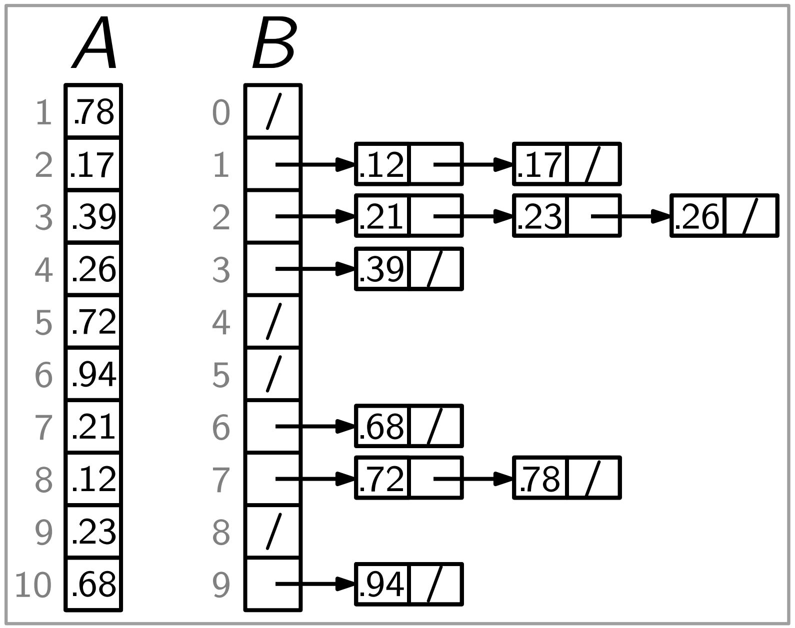
$n = A.\mathit{length}$
lege Feld $B[0..n-1]$ von Listen an
for $j = 1$ **to** n **do**
  füge $A[j]$ in Liste $B[\lfloor n \cdot A[j] \rfloor]$ ein
for $i = 0$ **to** $n-1$ **do**
  sortiere Liste $B[i]$
hänge $B[0], \ldots, B[n-1]$ aneinander
kopiere das Ergebnis nach $A[1..n]$

Korrektheit? 2 Fälle:
– $A[i]$ und $A[j]$ in der gleichen Liste
– $A[i]$ und $A[j]$ in verschiedenen Listen

Laufzeit? $T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i)$,

BucketSort

[CLRS]



BucketSort(Feld A von Zahlen in $[0, 1)$)

$n = A.length$
lege Feld $B[0..n-1]$ von Listen an
for $j = 1$ **to** n **do**
  füge $A[j]$ in Liste $B[\lfloor n \cdot A[j] \rfloor]$ ein
for $i = 0$ **to** $n-1$ **do**
  sortiere Liste $B[i]$
hänge $B[0], \ldots, B[n-1]$ aneinander
kopiere das Ergebnis nach $A[1..n]$

Korrektheit? 2 Fälle:
– $A[i]$ und $A[j]$ in der gleichen Liste
– $A[i]$ und $A[j]$ in verschiedenen Listen

Laufzeit? $T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i)$,
wobei $T_{\mathrm{IS}}(\cdot)$ Laufzeit von InsertionSort
n_i ZV für Länge der Liste $B[i]$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i)$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$E[T_{\mathrm{BS}}(n)] =$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$E[T_{\mathrm{BS}}(n)] = E[\Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)]$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\text{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\text{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$\begin{aligned} E[T_{\text{BS}}(n)] &= E[\Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} E[O(n_i^2)] \end{aligned}$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$E[T_{\mathrm{BS}}(n)] = E[\Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)]$$

$$= \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} E[O(n_i^2)]$$

Linearität des Erwartungswerts

$E[X + Y] = E[X] + E[Y]$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$\begin{aligned} E[T_{\mathrm{BS}}(n)] &= E[\Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} E[O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(E[n_i^2]) \end{aligned}$$

Linearität des Erwartungswerts

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$E[T_{\mathrm{BS}}(n)] = E[\Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)]$$

Linearität des Erwartungswerts

$$= \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} E[O(n_i^2)]$$

Für $a \in \mathbb{R}: \ E[aX] = a \cdot E[X]$

$$= \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(E[n_i^2])$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$\begin{aligned} E[T_{\mathrm{BS}}(n)] &= E[\Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} E[O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(E[n_i^2]) \;= \end{aligned}$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$\begin{aligned} E[T_{\mathrm{BS}}(n)] &= E[\Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} E[O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(E[n_i^2]) = \end{aligned}$$

Behauptung: $E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$\begin{aligned} E[T_{\mathrm{BS}}(n)] &= E[\Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} E[O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(E[n_i^2]) = \Theta(n) \end{aligned}$$

Behauptung: $E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$\begin{aligned} E[T_{\mathrm{BS}}(n)] &= E[\Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} E[O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(E[n_i^2]) = \Theta(n) \end{aligned}$$

Behauptung: $E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Beweis.

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$\begin{aligned} E[T_{\mathrm{BS}}(n)] &= E[\Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} E[O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(E[n_i^2]) = \Theta(n) \end{aligned}$$

Behauptung: $E[n_i^2] \le 2 - \frac{1}{n}$

fest!

Beweis. Def. Indikator-ZV $X_j := 1$, falls $A[j]$ in Eimer i fällt.

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$\begin{aligned} E[T_{\mathrm{BS}}(n)] &= E[\Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} E[O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(E[n_i^2]) = \Theta(n) \end{aligned}$$

Behauptung: $E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

fest!

Beweis. Def. Indikator-ZV $X_j := 1$, falls $A[j]$ in Eimer i fällt.

$\Rightarrow \; n_i =$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$\begin{aligned} E[T_{\mathrm{BS}}(n)] &= E[\Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} E[O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(E[n_i^2]) = \Theta(n) \end{aligned}$$

Behauptung: $E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

fest!

Beweis. Def. Indikator-ZV $X_j := 1$, falls $A[j]$ in Eimer i fällt.

$$\Rightarrow \; n_i = \sum_{j=1}^{n} X_j$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$\begin{aligned} E[T_{\mathrm{BS}}(n)] &= E[\Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} E[O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(E[n_i^2]) = \Theta(n) \end{aligned}$$

Behauptung: $E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

fest!

Beweis. Def. Indikator-ZV $X_j := 1$, falls $A[j]$ in Eimer i fällt.

$\Rightarrow \; n_i = \sum_{j=1}^{n} X_j \qquad E[X_j] =$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$\begin{aligned} E[T_{\mathrm{BS}}(n)] &= E[\Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} E[O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(E[n_i^2]) = \Theta(n) \end{aligned}$$

Behauptung: $E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

fest!

Beweis. Def. Indikator-ZV $X_j := 1$, falls $A[j]$ in Eimer i fällt.

$$\Rightarrow n_i = \sum_{j=1}^{n} X_j \qquad E[X_j] = \Pr[X_j = 1] =$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$\begin{aligned} E[T_{\mathrm{BS}}(n)] &= E[\Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} E[O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(E[n_i^2]) = \Theta(n) \end{aligned}$$

Behauptung: $E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

fest!

Beweis. Def. Indikator-ZV $X_j := 1$, falls $A[j]$ in Eimer i fällt.

$\Rightarrow n_i = \sum_{j=1}^{n} X_j \qquad E[X_j] = \Pr[X_j = 1] = 1/n$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\text{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\text{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$\begin{aligned} E[T_{\text{BS}}(n)] &= E[\Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} E[O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(E[n_i^2]) = \Theta(n) \end{aligned}$$

Behauptung: $E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

fest!

Beweis. Def. Indikator-ZV $X_j := 1$, falls $A[j]$ in Eimer i fällt.

$\Rightarrow \; n_i = \sum_{j=1}^{n} X_j \qquad E[X_j] = \Pr[X_j = 1] = 1/n$

$\Rightarrow \; n_i^2 = \left(\sum_{j=1}^{n} X_j\right)^2 =$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$\begin{aligned} E[T_{\mathrm{BS}}(n)] &= E[\Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} E[O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(E[n_i^2]) = \Theta(n) \end{aligned}$$

Behauptung: $E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

fest!

Beweis. Def. Indikator-ZV $X_j := 1$, falls $A[j]$ in Eimer i fällt.

$$\Rightarrow n_i = \sum_{j=1}^{n} X_j \qquad E[X_j] = \Pr[X_j = 1] = 1/n$$

$$\Rightarrow n_i^2 = \left(\sum_{j=1}^{n} X_j\right)^2 = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} X_j X_k$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

$$T_{\mathrm{BS}}(n) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} T_{\mathrm{IS}}(n_i) = \Theta(n) + \sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)$$

$$\begin{aligned} E[T_{\mathrm{BS}}(n)] &= E[\Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} E[O(n_i^2)] \\ &= \Theta(n) + \textstyle\sum_{i=0}^{n-1} O(E[n_i^2]) = \Theta(n) \end{aligned}$$

Behauptung: $E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

fest!

Beweis. Def. Indikator-ZV $X_j := 1$, falls $A[j]$ in Eimer i fällt.

$$\Rightarrow \; n_i = \sum_{j=1}^{n} X_j \qquad E[X_j] = \Pr[X_j = 1] = 1/n$$

$$\Rightarrow \; n_i^2 = \left(\sum_{j=1}^{n} X_j\right)^2 = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} X_j X_k$$

$$= \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^n X_j^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$\Rightarrow E[n_i^2] = \sum_{j=1}^n E[X_j^2] + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$\Rightarrow E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$\Rightarrow E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

$E[X_j^2] =$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$\Rightarrow E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

$E[X_j^2] = 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0]$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$$\Rightarrow \; E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

$$\begin{aligned} E[X_j^2] &= 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0] \\ &= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] \end{aligned}$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$$\Rightarrow E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

$$\begin{aligned} E[X_j^2] &= 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0] \\ &= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n} \end{aligned}$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$\Rightarrow E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

$$\begin{aligned} E[X_j^2] &= 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0] \\ &= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n} \end{aligned}$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$\Rightarrow E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

unabhängig von j!

$$E[X_j^2] = 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0]$$
$$= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n}$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$$\Rightarrow \; E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

unabhängig von j!

$$\begin{aligned} E[X_j^2] &= 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0] \\ &= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \tfrac{1}{n} + 0 = \tfrac{1}{n} \end{aligned}$$

$E[X_j X_k] =$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \le 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^n X_j^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$$\Rightarrow \; E[n_i^2] = \sum_{j=1}^n E[X_j^2] + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

unabhängig von j!

$$E[X_j^2] = 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0]$$
$$= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n}$$

$$E[X_j X_k] =$$

für $j \neq k$ sind X_j und X_k *unabhängig*

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$$\Rightarrow E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

unabhängig von j!

$$E[X_j^2] = 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0]$$
$$= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n}$$

$$E[X_j X_k] = E[X_j] \cdot E[X_k]$$

für $j \neq k$ sind X_j und X_k *unabhängig*

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \le 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^n X_j^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$\Rightarrow E[n_i^2] = \sum_{j=1}^n E[X_j^2] + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

unabhängig von j!

$$E[X_j^2] = 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0]$$
$$= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n}$$

$$E[X_j X_k] = E[X_j] \cdot E[X_k] = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n^2}$$

für $j \neq k$ sind X_j und X_k *unabhängig*

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \le 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$\Rightarrow E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

unabhängig von j!

$$E[X_j^2] = 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0]$$
$$= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n}$$

$$E[X_j X_k] = E[X_j] \cdot E[X_k] = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n^2}$$

für $j \neq k$ sind X_j und X_k *unabhängig*

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \le 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$$\Rightarrow \; E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

unabhängig von j!

$$E[X_j^2] = 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0]$$
$$= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n}$$

$$E[X_j X_k] = E[X_j] \cdot E[X_k] = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n^2}$$

unabh. von j und k!

für $j \neq k$ sind X_j und X_k *unabhängig*

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^n X_j^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$\Rightarrow \; E[n_i^2] = \sum_{j=1}^n E[X_j^2] + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

$$E[X_j^2] = 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0]$$
$$= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n}$$

unabhängig von j!

$$E[X_j X_k] = E[X_j] \cdot E[X_k] = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n^2}$$

unabh. von j und k!

für $j \neq k$ sind X_j und X_k *unabhängig*

Fasse die Zwischenergebnisse zusammen:

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^n X_j^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$\Rightarrow E[n_i^2] = \sum_{j=1}^n E[X_j^2] + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

$$E[X_j^2] = 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0]$$
$$= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n}$$

unabhängig von j!

$$E[X_j X_k] = E[X_j] \cdot E[X_k] = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n^2}$$

unabh. von j und k!

für $j \neq k$ sind X_j und X_k *unabhängig*

Fasse die Zwischenergebnisse zusammen:

$$E[n_i^2] = \sum_{j=1}^n E[X_j^2] + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$$\Rightarrow E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

unabhängig von j!

$$E[X_j^2] = 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0]$$
$$= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n}$$

$$E[X_j X_k] = E[X_j] \cdot E[X_k] = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n^2}$$

unabh. von j und k!

für $j \neq k$ sind X_j und X_k *unabhängig*

Fasse die Zwischenergebnisse zusammen:

$$E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^n X_j^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$\Rightarrow E[n_i^2] = \sum_{j=1}^n E[X_j^2] + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

$$E[X_j^2] = 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0]$$

unabhängig von j!

$$= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n}$$

$$E[X_j X_k] = E[X_j] \cdot E[X_k] = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n^2}$$

unabh. von j und k!

für $j \neq k$ sind X_j und X_k *unabhängig*

Fasse die Zwischenergebnisse zusammen:

$$E[n_i^2] = \sum_{j=1}^n E[X_j^2] + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$

$$=$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung: $E[n_i^2] \le 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$$\Rightarrow \quad E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

$$E[X_j^2] = 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0]$$
$$= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n}$$

unabhängig von j!

$$E[X_j X_k] = E[X_j] \cdot E[X_k] = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n^2}$$

unabh. von j und k!

für $j \neq k$ sind X_j und X_k *unabhängig*

Fasse die Zwischenergebnisse zusammen:

$$E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$
$$= \quad \cdot \frac{1}{n} + \quad \cdot \quad \cdot \frac{1}{n^2}$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \le 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^n X_j^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$\Rightarrow E[n_i^2] = \sum_{j=1}^n E[X_j^2] + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

$$E[X_j^2] = 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0]$$
$$= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n}$$

unabhängig von j!

$$E[X_j X_k] = E[X_j] \cdot E[X_k] = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n^2}$$

unabh. von j und k!

für $j \neq k$ sind X_j und X_k *unabhängig*

Fasse die Zwischenergebnisse zusammen:

$$E[n_i^2] = \sum_{j=1}^n E[X_j^2] + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$
$$= n \cdot \frac{1}{n} + n \cdot (n-1) \cdot \frac{1}{n^2}$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \le 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$$\Rightarrow \ E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

unabhängig von j!

$$E[X_j^2] = 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0]$$
$$= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n}$$

$$E[X_j X_k] = E[X_j] \cdot E[X_k] = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n^2}$$

unabh. von j und k!

für $j \neq k$ sind X_j und X_k *unabhängig*

Fasse die Zwischenergebnisse zusammen:

$$E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$
$$= n \cdot \frac{1}{n} + n \cdot (n-1) \cdot \frac{1}{n^2} \quad =$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \le 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^n X_j^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$$\Rightarrow \; E[n_i^2] = \sum_{j=1}^n E[X_j^2] + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

$$E[X_j^2] = 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0]$$
$$= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n}$$

unabhängig von j!

$$E[X_j X_k] = E[X_j] \cdot E[X_k] = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n^2}$$

unabh. von j und k!

für $j \neq k$ sind X_j und X_k *unabhängig*

Fasse die Zwischenergebnisse zusammen:

$$E[n_i^2] = \sum_{j=1}^n E[X_j^2] + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$
$$= n \cdot \frac{1}{n} + n \cdot (n-1) \cdot \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{n-1}{n} =$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \le 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$$\Rightarrow E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

$$E[X_j^2] = 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0]$$

unabhängig von j!

$$= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n}$$

$$E[X_j X_k] = E[X_j] \cdot E[X_k] = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n^2}$$

unabh. von j und k!

für $j \neq k$ sind X_j und X_k *unabhängig*

Fasse die Zwischenergebnisse zusammen:

$$E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$

$$= n \cdot \frac{1}{n} + n \cdot (n-1) \cdot \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{n-1}{n} = 2 - \frac{1}{n}$$

Erwartete Laufzeit von BucketSort

Behauptung:
$E[n_i^2] \leq 2 - \frac{1}{n}$

Es gilt $n_i^2 = \sum_{j=1}^{n} X_j^2 + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} X_j X_k$

$\Rightarrow E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$

Behandle die beiden Typen von Erwartungswerten getrennt:

$$E[X_j^2] = 1 \cdot \Pr[X_j^2 = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j^2 = 0]$$

unabhängig von j!

$$= 1 \cdot \Pr[X_j = 1] + 0 \cdot \Pr[X_j = 0] = 1 \cdot \frac{1}{n} + 0 = \frac{1}{n}$$

$$E[X_j X_k] = E[X_j] \cdot E[X_k] = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n^2}$$

unabh. von j und k!

für $j \neq k$ sind X_j und X_k *unabhängig*

Fasse die Zwischenergebnisse zusammen:

$$E[n_i^2] = \sum_{j=1}^{n} E[X_j^2] + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k \neq j} E[X_j X_k]$$

$$= n \cdot \frac{1}{n} + n \cdot (n-1) \cdot \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{n-1}{n} = 2 - \frac{1}{n} \qquad \square$$

Zusammenfassung

- Jedes *vergleichsbasierte* Sortierverfahren braucht im schlechtesten Fall $\Omega(n \log n)$ Vergleiche für n Zahlen.

- CountingSort sortiert Zahlen in $\{0, \ldots, k\}$ (*stabil!*)
  Laufzeit für n Zahlen: $O(n + k)$

- RadixSort sortiert s-stellige b-adische Zahlen
  Laufzeit für n Zahlen: $O(s \cdot (n + b))$

- BucketSort sortiert gleichverteilte zufällige Zahlen
  erwartete Laufzeit für n Zahlen: $O(n)$

Zusammenfassung

- Jedes *vergleichsbasierte* Sortierverfahren braucht im schlechtesten Fall $\Omega(n \log n)$ Vergleiche für n Zahlen.

- CountingSort sortiert Zahlen in $\{0, \ldots, k\}$ (*stabil!*)
  Laufzeit für n Zahlen: $O(n + k)$

- RadixSort sortiert s-stellige b-adische Zahlen
  Laufzeit für n Zahlen: $O(s \cdot (n + b))$

- BucketSort sortiert gleichverteilte zufällige Zahlen
  erwartete Laufzeit für n Zahlen: $O(n)$

Bem. Die Idee mit den (gleichgroßen) Eimern ist natürlich nicht nur auf Zufallszahlen beschränkt, aber hier lässt sie sich hübsch analysieren.