

4. Übungsblatt zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen (Winter 2020/21)

Aufgabe 1 – Korrektheit

Sei $n \geq 0$ und sei weiter folgender Algorithmus in Pseudocode gegeben:

```
Compute(int n)
int j = 0; int s = 1; int S = 0
while j < n do
    S = S + s
    j = j + 1
    s = s · 2
return S
```

- a) Was berechnet $\text{Compute}(n)$? Beweisen Sie ihre Behauptung mittels einer Schleifeninvariante. **4 Punkte**
- b) Wie viele Vergleiche, Additionen und Multiplikationen werden in Abhängigkeit von n ausgeführt? **1 Punkt**
- c) Formulieren Sie $\text{Compute}(n)$ so um, dass der neue Algorithmus statt der while-Schleife nun rekursive Aufrufe benutzt. **4 Punkte**

Aufgabe 2 – Nachbartupel

Im Folgenden sei das Feld A eine zufällige Permutation von $\langle 1, \dots, n \rangle$, wobei n gerade sei.

Ein Tupel (i, j) mit $1 \leq i < j \leq n$ heißt *passend*, wenn $A[i] + A[j] = n + 1$ gilt. Ein Tupel (i, j) mit $1 \leq i < j \leq n$ und $j = i + 1$ heißt *benachbart*.

Geben Sie im Folgenden stets die einzelnen Rechenschritte an und vereinfachen Sie das Endergebnis so weit wie möglich.

- a) Seien $1 \leq x < y \leq n$ zwei zufällige Zahlen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eines der beiden Tupel (x, y) oder (y, x) benachbart ist. **2 Punkte**

Verwenden Sie im Folgenden Zufallsvariablen und Indikator-Zufallsvariablen.

- b) Was ist der Erwartungswert für die Anzahl passender Tupel, die benachbart sind? **3 Punkte**
- c) Was ist der Erwartungswert für die Anzahl passender Tupel? **3 Punkte**
- d) Was ist der Erwartungswert für die Anzahl passender Tupel (i, j) mit der Eigenschaft, dass $A[i] \leq i$? **3 Punkte**

Bitte geben Sie Ihre Lösungen bis **Montag, 07. Dezember 2020, 16:00 Uhr** einmal pro Gruppe über Wuecampus als pdf-Datei ab. Vermerken Sie dabei stets die Namen und Übungsgruppen aller BearbeiterInnen auf der Abgabe.

Grundsätzlich sind stets alle Ihrer Aussagen zu begründen und Ihr Pseudocode ist stets zu kommentieren.

Die Lösungen zu den mit PABS gekennzeichneten Aufgaben, geben Sie bitte nur über das PABS-System ab. Vermerken Sie auf Ihrem Übungsblatt, in welchem Repository (sXXXXXX-Nummer) die Abgabe zu finden ist. Geben Sie Ihre Namen hier als Kommentare in den Quelltextdateien an.