Kapitel 6: Entscheidung bei Sicherheit und mehreren Zielen

6.0 Zusammenfassung

1. Häufig sind mehrere Ziele für eine Entscheidung relevant. Sie erfordern die Bewertung der Alternativen mittels einer multiattributiven Wertfunktion.
2. Die einfachste und wichtigste multiattributive Wertfunktion ist die additive. Hier wird der (Gesamt-)wert einer Alternative aus einer gewichteten Summe von (Einzel-)werten pro Attribut berechnet.
3. Das additive Modell kann nur dann angewendet werden, wenn gewisse Unabhängigkeitsbedingungen zwischen den betrachteten Attributen erfüllt sind.
4. Die Gewichtung der Attribute wird sinnvoll mit dem *Trade-off*-Verfahren oder dem *Swing*-Verfahren bestimmt. Beim *Trade-off*-Verfahren werden die Zielgewichte aus Austauschraten zwischen jeweils zwei Attributen hergeleitet, bei dem *Swing*-Verfahren aus Punktbewertungen von unterschiedlichen Alternativen berechnet.
5. Das verbreitete *Direct-Ratio*-Verfahren ist sehr problematisch.
6. Gewichte von Attributen sind immer nur in Bezug auf die Ausprägungsintervalle der Attribute sinnvoll zu interpretieren. Es gibt keine „Wichtigkeit“ von Attributen schlechthin.
7. Ist der Entscheider nicht in der Lage, exakte Gewichtungen anzugeben, so kann möglicherweise auch auf Basis unvollständiger Informationen, z. B. Intervallaussagen, die optimale Alternative bestimmt werden oder es können zumindest dominierte Alternativen eliminiert werden.
8. Sensitivitätsanalysen können Aufschluss darüber geben, bei welchen Veränderungen der Zielgewichte die optimale Alternative optimal bleibt.
9. Menschen machen bei der Bestimmung der Gewichtungsfaktoren systematische Fehler, insbesondere beachten sie die Ausprägungsintervalle der Attribute (Punkt 6) nicht hinreichend und überschätzen die Gewichtung eines Ziels, wenn es in Unterziele aufgeteilt wird.

6.1 Wertfunktionen für mehrere Attribute

Das Entscheiden bei mehreren konfliktären Zielen ist in vielen Anwendungsbereichen eine zentrale Problemstellung. Entsprechend umfangreich und vielfältig ist die Literatur zu diesem Thema (für einen aktuellen Überblick siehe z. B. Wallenius et al. 2008). Wir wollen uns in diesem Kapitel auf die multiattributiven Bewertungsansätze konzentrieren. Aufbauend auf den Überlegungen aus Kapitel 5, wo wir Wertfunktionen für ein Ziel analysiert haben, werden wir nun also Wertfunktionen für mehrere Attribute betrachten. Eine multiattributive Wertfunktion ordnet jeder Alternative einen Wert in Abhängigkeit von ihren Attributausprägungen zu. Wir unterstellen, dass diese Ausprägungen mit Sicherheit bekannt sind.

Betrachten wir die schon aus Kapitel 5 bekannte Situation des frischgebackenen Diplom-Kaufmanns mit seinen unterschiedlichen Beschäftigungsmöglichkeiten, die sich jetzt jedoch nicht mehr nur im Anfangsjahresgehalt, sondern auch in der durchschnittlichen Wochenarbeitszeit unterscheiden: Tätigkeit in einer Unternehmensberatung, als Wissenschaftlicher Mitarbeiter in einer Universität und als Segellehrer (Tabelle 6-1).

Tabelle 6-1: Drei Stellenangebote mit zwei Attributen

Alternative	Gehalt	Arbeitszeit
(*a*) Beratungsfirma	80.000€	60 Stunden
(*b*) Universität	50.000€	40 Stunden
(*c*) Segellehrer	30.000€	20 Stunden

Mit einer *multiattributiven Wertfunktion* v wollen wir nun versuchen, im Interesse und Auftrag des Entscheiders seine Präferenzen bezüglich seiner mehrfachen Ziele (also hier Gehalt und Arbeitszeit) abzubilden, um ihm die schwierige Entscheidung zu erleichtern. (Nach Erlangung des nötigen Know-hows wird er dies selbst tun können.) Die Wertfunktion v soll – analog zu den Wertfunktionen für ein einziges Attribut – die Präferenzstärke für Alternativen ausdrücken. Zwischen zwei Alternativen wird diejenige gewählt, die den höheren (Präferenz-)Wert besitzt. Was wir suchen, ist eine Funktion v mit

$$a \succ b \Leftrightarrow v(a) > v(b).$$

Wie findet man eine solche Funktion? Zunächst muss gewährleistet sein, dass es sie überhaupt gibt. Damit ist nicht gemeint, dass der Entscheider sie schon kennt; vielmehr ist mit der „Existenz“ einer solchen Funktion gemeint, dass der Entscheider zu Aussagen in der Lage ist, aus denen sich die Funktion konstruieren lässt.

Nehmen wir an, dass die Wertfunktion v existiert. Wie könnte sie aussehen? Wünschenswert ist eine besonders einfache Gestalt, und diese besitzt das additive Modell. Wir werden uns auf dieses beschränken, zumal es die bei weitem größte praktische Bedeutung hat. Auf die Bedingungen für die Existenz einer additiven multiattributiven Wertfunktion gehen wir in Abschnitt 6.3 ein.

6.2 Das additive Modell

Die Alternative $a \in A$ wird durch den Vektor $a = (a_1, ..., a_m)$ charakterisiert. Die a_r geben die Ausprägungen der Attribute X_r bei der Alternative a an. Über jedem Attribut X_r hat der Entscheider eine Wertfunktion (eindimensionale Wertfunktion, Einzelwertfunktion) $v_r(x_r)$. Die Wertfunktionen v_r sind auf das Intervall $[0;1]$ normiert. Dies bedeutet, dass alle relevanten Ausprägungen zwischen zwei Ausprägungen x_r^- (schlechteste Ausprägung) und x_r^+ (beste Ausprägung) liegen und dass gilt

$$v_r(x_r^-) = 0 \quad \text{und} \quad v_r(x_r^+) = 1. \tag{6.1}$$

Die Grenzen x_r^- und x_r^+ müssen die Ausprägungen aller zu bewertenden Alternativen einschließen; sie können auch einen etwas größeren als den von den Alternativen tatsächlich umfassten Bereich eingrenzen, um z. B. bei neu hinzukommenden Alternativen keine neue Normierung vornehmen zu müssen. Grundsätzlich gilt, dass das Ausprägungsintervall möglichst klein sein sollte, da bei einem recht großen Intervall die sich anschließenden Bewertungen ungenauer werden können. Wenn beispielsweise Ihre Stellenangebote Gehälter zwischen 55.000€ und 68.000€ umfassen, so können Sie die Wertfunktion über genau diesem Wertebereich bestimmen oder über einem etwas größeren, etwa von 50.000 bis 80.000; es wäre jedoch nicht sinnvoll, den Bereich von null bis eine Million heranzuziehen.

Das additive Modell bestimmt den Wert der Alternative a durch

$$v(a) = \sum_{r=1}^{m} w_r v_r(a_r). \tag{6.2}$$

Dabei sind die $w_r > 0$ und es gilt

$$\sum_{r=1}^{m} w_r = 1. \tag{6.3}$$

Mit a_r ist, wie gesagt, die Ausprägung des Attributs X_r bei Alternative a gemeint, mit $v_r(a_r)$ der dieser Ausprägung durch die Einzelwertfunktion v_r zugeordnete Wert. Die w_r sind Zielgewichte oder Gewichte der Attribute. Wir werden später zeigen, dass dieser Begriff irreführend ist, weil Attribute keine Gewichte haben. Trotzdem verwenden wir ihn wegen der Einfachheit und der allgemeinen Verbreitung. Korrekter wäre es, von Skalierungskonstanten zu sprechen. Die Gewichte setzen die Bewertungen der verschiedenen Attribute zueinander in Beziehung. Dabei kommt es eigentlich nur auf ihre relative Größe an, nicht die absolute. Die Normierung, die in Bedingung (6.3) gefordert wird, dient nur dem Zweck, aus der Menge der vielen „gleichwertigen“ Gewichtskombinationen eine spezielle auszuwählen, damit wir von „eindeutigen Gewichten“ sprechen können. Im Rahmen der additiven multiattributiven Wertfunktionen ist es weit verbreitet, eine Gewichtssumme von 1 zu fordern (und das scheint auch unserem üblichen Verständnis von „Gewichtung“ gut zu entsprechen). Genauso gut ließe sich aber z. B. festlegen, dass w_1 immer auf 1 gesetzt wird (eine Festlegung dieser Form werden Sie z. B. später in Kapitel 11 bei den intertemporalen Entscheidungsproblemen beobachten, die wir als eine spezielle Form der multiattributiven Probleme interpretieren).

Das additive Modell lässt sich bei zwei Attributen X und Y grafisch veranschaulichen. Die Abbildung 6-1 zeigt, wie sich aus den beiden Einzelwertfunktionen v_X und v_Y und den Gewichtungsfaktoren w_X und $w_Y = 1 - w_X$ der Gesamtwert zusammensetzt. Mit x^- ist die schlechteste, mit x^+ die beste Ausprägung des Attributs X bezeichnet, entsprechendes gilt für Y. Die linke (Gesamt-)Wertfunktion entsteht bei relativ hoher Gewichtung des Attributs X, die rechte bei relativ hoher Gewichtung von Attribut Y. Man erkennt die Bedeutung der Gewichtungsfaktoren: Der Gewichtungsfaktor w_X gibt den Wertzuwachs an, der entsteht, wenn das Attribut X von seiner schlechtesten Ausprägung mit Einzelwert null auf seine beste Ausprägung mit Einzelwert eins verändert wird, während alle anderen Attributsausprägungen unverändert bleiben. Allgemein ist der Wert einer Alternative, die nur in einem Attribut die beste Ausprägung, in allen übrigen Attributen die schlechteste Ausprägung aufweist, gleich dem Gewicht dieses Attributs:

$$\begin{aligned} & v(x_1^-, x_2^-, \ldots, x_r^+, x_{r+1}^-, \ldots, x_m^-) \\ &= w_1 v_1(x_1^-) + w_2 v_2(x_2^-) + \ldots + w_r v_r(x_r^+) + w_{r+1} v_{r+1}(x_{r+1}^-) + \ldots + w_m v_m(x_m^-) \\ &= w_1 \cdot 0 + w_2 \cdot 0 + \ldots + w_r \cdot 1 + w_{r+1} \cdot 0 + \ldots + w_m \cdot 0 \\ &= w_r . \end{aligned}$$

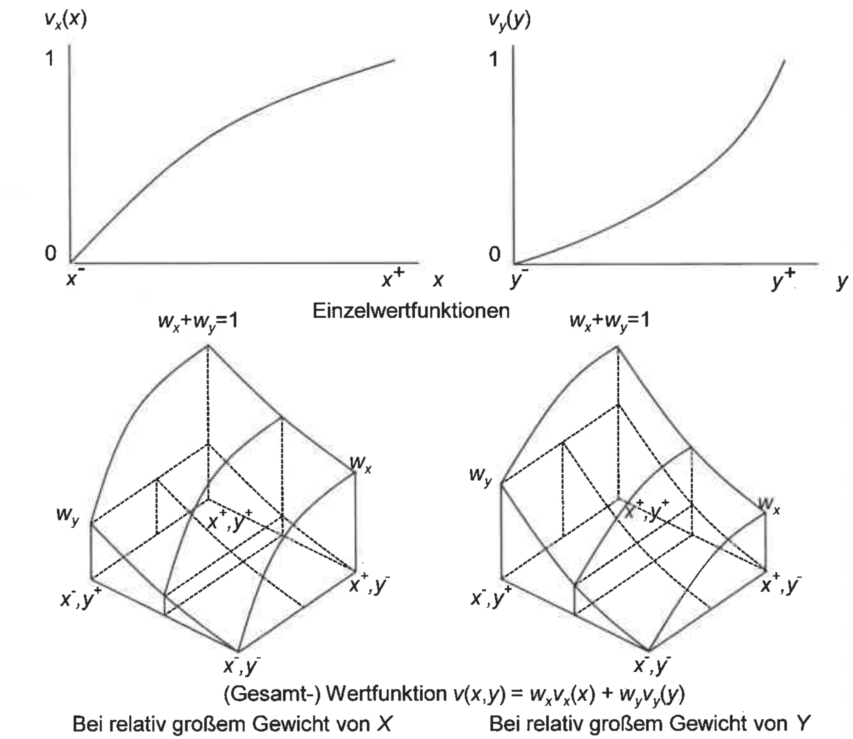

Abb. 6-1: Graphische Veranschaulichung des additiven Modells für zwei Attribute

Nehmen wir an, wir hätten messbare Einzelwertfunktionen v_1 und v_2 für unser Berufswahlbeispiel ermittelt. Verfahren dafür wurden in Kapitel 5 beschrieben. Die Wertfunktionen mögen – was plausibel, aber nicht selbstverständlich ist – durch monotone Verläufe anzeigen, dass der Entscheider stets mehr Geld höher schätzt als weniger Geld und weniger Arbeit stets mehr schätzt als mehr Arbeit.

Die Wertfunktionen in Tabelle 6-2 wurden über den Attributsintervallen 30.000 bis 80.000 € Gehalt bzw. 20 bis 60 Arbeitsstunden je Woche bestimmt.

Tabelle 6-2: Drei Stellenangebote mit zwei Attributen und dazugehörigen Werten

Alternative	Gehalt x_1	Wert von Gehalt $v_1(x_1)$	Arbeitszeit x_2	Wert von Arbeitszeit $v_2(x_2)$
(*a*) Beratung	80.000 €	1,0	60 Stunden	0,0
(*b*) Universität	50.000 €	0,6	40 Stunden	0,5
(*c*) Segellehrer	30.000 €	0,0	20 Stunden	1,0

Mit Hilfe einer Wertfunktion v soll jetzt aus den einzelnen Werten ein Gesamtwert abgeleitet werden. Angenommen, wir würden die beiden Zielgewichte w_1 und w_2 (woher auch immer) kennen. Dann könnten wir die drei Alternativen bewerten. Aus Tabelle 6-3 ist zu sehen, dass für $w_1=0{,}6$ und $w_2=0{,}4$ die Alternative „Beratung" am besten abschneidet.

Tabelle 6-3: Bewertung bei Zielgewichten von 0,6 für Gehalt und 0,4 für Arbeitszeit

Alternative	Wert von Gehalt $v_1(x_1)$	Gewichteter Wert von Gehalt $w_1v_1(x_1)$	Wert von Arbeitszeit $v_2(x_2)$	Gewichteter Wert von Arbeitszeit $w_2v_2(x_2)$	Gesamtwert $w_1v_1(x_1) + w_2v_2(x_2)$
(*a*) Beratung	1,0	0,60	0,0	0,00	0,60
(*b*) Universität	0,6	0,36	0,5	0,20	0,56
(*c*) Segellehrer	0,0	0,00	1,0	0,40	0,40

6.3 Voraussetzungen für die Gültigkeit des additiven Modells

Die Einfachheit und Eleganz der additiven Wertfunktion führen dazu, dass dieses Modell in vielen Anwendungen (häufig vorschnell) benutzt wird. Es tritt unter den Bezeichnungen Scoring-Modell, Punktbewertungsverfahren oder Nutzwertanalyse auf. Hier werden die Alternativen in jedem Attribut mit Punkten (Scores) z. B. zwischen 0 und 10 oder zwischen 0 und 100 bewertet. Die Bedeutung eines Attributs (das Gewicht) wird durch eine Prozentzahl ausgedrückt. Die Prozentzahlen addieren sich für alle Attribute auf 100 %. Der Gesamtwert jeder Alternative ergibt sich aus der mit den Prozentzahlen gewichteten Summe ihrer Scores. Beispiele finden wir u. a. bei Warentests, Verfahren der analytischen Arbeitsbewertung, Bewertung von Systemalternativen im technischen Bereich, Leistungsbewertungen im Sport oder Benotungen in der Schule.

Um ein additives Wertmodell rational begründen zu können, müssen Bedingungen erfüllt sein, die die Unabhängigkeit der Bewertung in den Attributen betreffen. Eine messbare Wertfunktion

$$v(x_1, x_2, \ldots, x_m) = w_1 v_1(x_1) + w_2 v_2(x_2) + \ldots + w_m v_m(x_m)$$

drückt offensichtlich aus, dass ein bestimmter Zuwachs in einem Attribut eine Veränderung des Gesamtwertes hervorruft, die völlig unabhängig von dem Niveau der anderen Attribute ist. Zum Beispiel:

- In einem Leichtathletik-Mehrkampf bringt die Steigerung im 100 m-Lauf von 11,5 auf 11,0 Sekunden eine zusätzliche Punktzahl, die unabhängig von den Leistungen im Weitsprung, Kugelstoßen etc. ist.
- Bei einem Bauprojekt streben Sie eine möglichst kurze Bauzeit, möglichst niedrige Kosten und möglichst hohe Qualität an. Eine Verkürzung von zehn auf neun Monate Bauzeit ist Ihnen das Gleiche wert, wenn Kosten und Qualität hoch wie wenn sie niedrig sind.

Wir haben diese Eigenschaft schon in Kapitel 3 erwähnt und als Präferenzunabhängigkeit bezeichnet. Diese soll nun formal definiert werden.

Definition 6.1 (Einfache Präferenzunabhängigkeit)
Seien

$$a = (a_1, \ldots, a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, \ldots, a_m)$$
$$b = (a_1, \ldots, a_{i-1}, b_i, a_{i+1}, \ldots, a_m)$$

zwei Alternativen, die sich nur in dem i-ten Attribut unterscheiden, und

$$a' = (a'_1, \ldots, a'_{i-1}, a_i, a'_{i+1}, \ldots, a'_m)$$
$$b' = (a'_1, \ldots, a'_{i-1}, b_i, a'_{i+1}, \ldots, a'_m)$$

zwei andere Alternativen, die sich ebenfalls nur in dem i-ten Attribut unterscheiden, in dem i-ten Attribut aber dieselben Ausprägungen aufweisen wie a bzw. b. Ein Attribut X_i heißt *einfach präferenzunabhängig* von den übrigen Attributen, falls für beliebige wie oben definierte a, b, a', b' gilt:

$$a \succ b \Leftrightarrow a' \succ b' \quad \text{(analog für } \sim, \prec\text{)}$$

Zur Verdeutlichung: Sie ziehen mehrere Automodelle in die Wahl. Eins der für Sie wichtigen Attribute ist die Farbe; für Sie kommt nur Schwarz oder Weiß in Frage. Bei jedem Modell sind diese beiden Farben erhältlich. Falls Sie nun die Farbe Schwarz bei *allen* Modellen vorziehen, so ist das Attribut Farbe einfach präferenzunabhängig von allen übrigen Attributen. Falls Sie dagegen den Opel lieber in Weiß, den VW lieber in Schwarz hätten, bestünde diese Unabhängigkeit von den übrigen Attributen nicht.

Die einfache Präferenzunabhängigkeit (für ein Attribut) lässt sich problemlos auf den Fall mehrerer Attribute erweitern. Eine Teilmenge von Attributen ist „von den übrigen Attributen präferenzunabhängig", wenn die Präferenz des Entscheiders bzgl. Ausprägungen auf dieser Attributteilmenge nicht durch die (für beide Alternativen identischen) Ausprägungen der anderen Attribute verändert wird. Wir verzichten an dieser Stelle darauf, auch diese Form der Präferenzunabhängigkeit formal zu definieren (das wird dann etwas unübersichtlich und der Erkenntnisgewinn ist gering) und erläutern das erweiterte Konzept stattdessen an einem Beispiel.

Auf eine ausgeschriebene Hilfskraftstelle hat sich eine Reihe von Studierenden beworben. Zwei von ihnen kommen in die engere Auswahl. Als wichtige Kriterien für die Entscheidung werden „Notendurchschnitt", „Semester", „Fremdsprachenkenntnisse", „Computerkenntnisse" und „maximale Einsatzzeit (in Std./Woche)" festgelegt. Ein Mitarbeiter wird gebeten, die Entscheidungsfindung vorzubereiten, indem er die entsprechenden Ausprägungen für die beiden Kandidaten zusammenfasst. Er beschränkt sich darauf, die Notendurchschnitte (1,7 vs. 2,1) und die maximale Einsatzzeit (3 Std./Woche vs. 8 Std./Woche) gegenüber zu stellen, und verweist darauf, dass „die beiden Kandidaten bzgl. aller anderen Kriterien ohnehin genau gleich gut sind". Damit hat er jedoch implizit unterstellt, dass die beiden Attribute Notendurchschnitt und maximale Einsatzzeit präferenzunabhängig von den übrigen Attributen sind und deren genaue Ausprägungen daher gar nicht genannt werden müssen. Ob diese Annahme akzeptabel ist, ist sehr fraglich. Es könnte zum Beispiel gut sein, dass der Unterschied bei der maximalen Einsatzzeit eine sehr viel größere Bedeutung hat (insbesondere relativ zu den unterschiedlichen Notendurchschnitten), wenn beide Bewerber über hervorragende Computerkenntnisse verfügen, während er nicht so sehr ins Gewicht fällt, wenn beide Kandidaten hier ohnehin kaum Kenntnisse besitzen.

An dieser Stelle soll noch einmal auf den Unterschied zwischen Präferenzunabhängigkeit und statistischer Unabhängigkeit hingewiesen werden. Präferenzunabhängigkeit hat nichts damit zu tun, dass statistisch gesehen z. B. Studenten mit guten Computerkenntnissen häufiger auch bessere Noten und weniger Zeit haben (ob das tatsächlich so ist, haben die Autoren nicht überprüft, es ist ja nur ein Beispiel). Stattdessen geht es darum, dass der Entscheider eine Präferenz bzgl. verschiedener Notendurchschnitt/Einsatzzeit-Kombinationen hat, die von den anderen Attributen, z. B. den Computerkenntnissen nicht beeinflusst wird.

Eine besonders angenehme Entscheidungssituation ist gegeben, wenn die gerade beschriebene Präferenzunabhängigkeit für jede beliebige Teilmenge von Attributen gilt. Wir sprechen dann auch von *wechselseitiger* Präferenzunabhängigkeit.

Definition 6.2 (Wechselseitige Präferenzunabhängigkeit)
Die Attribute $X_1, \ldots, X_m$ sind *wechselseitig präferenzunabhängig*, wenn jede Teilmenge dieser Attribute präferenzunabhängig von der jeweiligen Komplementärmenge ist (Keeney und Raiffa 1976, S. 111).

Zum Beispiel: Wenn Sie beim Autokauf die vier Attribute Motorstärke, Kofferraumgröße, Benzinverbrauch und Preis in Betracht ziehen, dann müsste unter anderem die Teilmenge {Motorstärke, Kofferraumgröße, Benzinverbrauch} von der Restmenge {Preis} präferenzunabhängig sein. Genauso müsste aber auch die Teilmenge {Motorstärke, Preis} von der Restmenge {Kofferraumgröße, Benzinverbrauch} präferenzunabhängig sein usw. (für jede denkbare Teilmenge der Attribute).

Wenn wechselseitige Präferenzunabhängigkeit gegeben ist, lassen sich die Präferenzen durch eine additive multiattributive Wertfunktion abbilden. Allerdings reicht die wechselseitige Präferenzunabhängigkeit nur für nichtmessbare Wertfunktionen aus, für Wertfunktionen also, die die Alternativen in die richtige Rangordnung bringen, deren Funktionswerte aber nicht zur Messung von Wertdifferenzen („Präferenzstärken") interpretiert werden können. Da wir messbare Wertfunktionen anstreben, also auch Aussagen über Wertunterschiede machen wollen, müssen wir eine noch stärkere Anforderung an die Präferenzen stellen.

Definition 6.3 (Differenzunabhängigkeit)
Seien

$$a = (a_1, \ldots, a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, \ldots, a_m)$$
$$b = (a_1, \ldots, a_{i-1}, b_i, a_{i+1}, \ldots, a_m)$$

zwei Alternativen, die sich nur in dem *i*-ten Attribut unterscheiden, und

$$a' = (a'_1, \ldots, a'_{i-1}, a_i, a'_{i+1}, \ldots, a'_m)$$
$$b' = (a'_1, \ldots, a'_{i-1}, b_i, a'_{i+1}, \ldots, a'_m)$$

zwei weitere Alternativen, die sich ebenfalls nur in dem *i*-ten Attribut unterscheiden, in dem *i*-ten Attribut aber dieselben Ausprägungen aufweisen wie a bzw. b, dann heißt das Attribut X_i *differenzunabhängig* von den übrigen Attributen, falls für beliebige wie oben definierte a, b, a', b' gilt:

$$(a \to b) \sim (a' \to b').$$

Betrachten wir ein Beispiel: Das Attribut „Höchstgeschwindigkeit" ist differenzunabhängig von den Attributen „Kaufpreis" und „Benzinverbrauch", wenn der zusätzliche Wert, den Sie einer bestimmten Erhöhung der Höchstgeschwindigkeit beimessen, unabhängig davon ist, ob es sich um ein 50.000€-Auto mit 20 Litern Durchschnittsverbrauch oder um ein 15.000€-Auto mit 10 Litern Durchschnittsverbrauch handelt.

Eine additive messbare Wertfunktion verlangt, dass die Differenzunabhängigkeit für jedes Attribut gegeben ist. Es lässt sich recht leicht einsehen, dass dadurch dann auch wechselseitige Präferenzunabhängigkeit gegeben ist.

Wenn wir als Bedingung für das additive Modell „Präferenzunabhängigkeit" genannt haben, so war dies nur eine Kurzbezeichnung. Genau gemeint ist die wechselseitige Präferenzunabhängigkeit und für messbare Wertfunktionen, die wir hier unterstellen, die Differenzunabhängigkeit.

Falls es einem Entscheider unmöglich ist, die Einzelwertfunktion für ein Attribut zu definieren, ohne die Ausprägung eines anderen Attributs zu kennen, liegt offensichtlich keine Präferenzunabhängigkeit vor. Angenommen, bei der Entscheidung zwischen beruflichen Positionen seien neben anderen Attributen das Gehalt und die jährliche Urlaubsdauer wichtig. Jetzt will der Entscheider eine Einzelwertfunktion für die Urlaubsdauer konstruieren und zieht die Halbierungsmethode heran. Er will also wissen, wo sein wertmäßiger Mittelpunkt zwischen 20 und 40 Tagen Urlaub pro Jahr liegt. Nun sollte er sich fragen: Kann ich das wissen, ohne mein Gehalt zu kennen? Ist es bescheiden (35.000€ brutto), dann bleibt nicht viel Geld für Urlaub übrig, und Urlaub über drei Wochen hinaus hat einen relativ geringen Wert. Man kann dann zwar spazieren gehen oder lesen, vermisst aber bald die anregende Atmosphäre bei der Arbeit. Vielleicht beträgt der wertmäßige Mittelpunkt 24 Tage. Liegt das Gehalt an der Obergrenze der betrachteten Alternativen (60.000€ brutto), gewinnt zusätzlicher Urlaub beträchtlich an Attraktivität (Fernreisen). Der wertmäßige Mittelpunkt wird dann vielleicht bei 29 Tagen liegen.

Die Differenzunabhängigkeit wird tendenziell um so eher (approximativ) erfüllt sein, je dichter die Unter- und Obergrenzen der Attribute zusammen liegen. Beträgt etwa das Mindestgehalt 50.000 und das Höchstgehalt 60.000€, so ist zu erwarten, dass die Wertfunktion über den Urlaubstagen weniger abhängig vom Gehalt ist als bei einer Spanne von 30.000 bis 60.000€.

Abbildung 6-2 zeigt zwei *nichtadditive* Wertfunktionen über zwei Attributen X und Y. Im linken Beispiel ist der Wertzuwachs beim Übergang von x^- auf x^+ bei niedrigem Y-Niveau gering. Je größer Y, desto mehr Wertzuwachs bringt die Attributsverbesserung bei X. Zwischen den Attributen besteht eine komplementäre Beziehung. Sei etwa bei einer medizinischen Entscheidung X die Lebensdauer und Y die Lebensqualität. Schätzt der Entscheider ein zusätzliches Jahr umso mehr, je höher seine Lebensqualität ist, dann ist Komplementarität gegeben. Umgekehrt im rechten Beispiel der Abbildung: Hier besteht eine substitutive Beziehung zwischen den Attributen. Je besser die Ausprägung eines Merkmals ist, desto weniger Zusatzwert bringt eine Verbesserung bei dem anderen Merkmal.

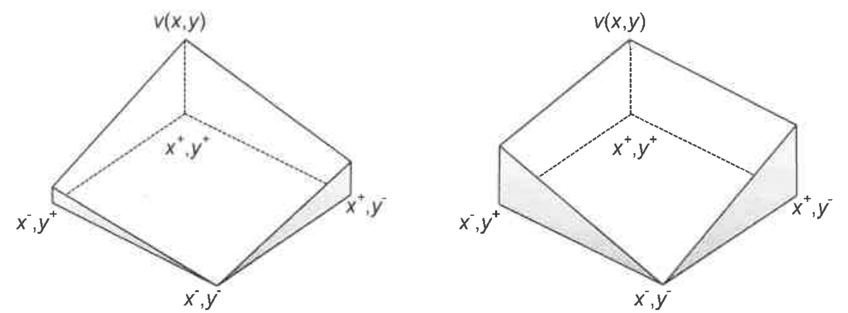

Abb. 6-2: Nichtadditive Wertmodelle mit zwei Attributen

Falls die Bedingungen für das additive Modell nicht gegeben sind, sollten Sie – wie schon in Kapitel 3 erwähnt – versuchen, durch eine andere, bessere Formulierung der Ziele Unabhängigkeit herzustellen. Zum Beispiel könnten Sie das Attribut „Anzahl Urlaubstage" in drei Attribute aufteilen:

- Anzahl Urlaubstage für Fernreisen,
- Anzahl Urlaubstage für Reisen in Europa,
- Anzahl Urlaubstage zu Hause.

Für jedes dieser Attribute könnten Sie eine Wertfunktion generieren. Sie müssten dann noch entscheiden, wie Sie Ihren Urlaub in Abhängigkeit vom Jahresgehalt auf die Urlaubskategorien aufteilen würden.

Ein weiteres Beispiel: Für einen Manager, der ein Profit Center leitet und die Entwicklung der nächsten fünf Jahre plant, ist nicht nur der voraussichtliche Gesamtgewinn seiner Einheit, sondern auch die zeitliche Verteilung der Jahresgewinne von Bedeutung. Eine stetige Aufwärtsentwicklung ist ihm lieber als ein wildes Auf und Ab, womöglich mit einem Einbruch am Schluss. Würde man jeden der fünf Jahresgewinne als ein gesondertes Attribut einführen, so bestünde zwischen ihnen also keine Differenzunabhängigkeit. Vielleicht ist es aber möglich, die Präferenzen des Entscheiders durch zwei voneinander unabhängige Attribute „Gesamtgewinn der fünf Jahre“ und „Mittleres jährliches Gewinnwachstum“ abzubilden.

Da ein additives Wertmodell das Entscheidungskalkül sehr vereinfacht, lohnt es sich, intensiv darüber nachzudenken, wie man eventuelle Abhängigkeiten durch Redefinition von Attributen beseitigen kann. Von Winterfeldt und Edwards, die nicht nur Wissenschaftler, sondern auch erfahrene Praktiker der Entscheidungstheorie sind, äußern die Überzeugung, dass dies in praktisch jedem Anwendungsfall möglich sein dürfte (von Winterfeldt und Edwards 1986, S. 309).

6.4 Die Ermittlung der Gewichte

6.4.1 Die Einzelwertfunktionen in dem Beispiel „Wahl des Arbeitsplatzes“

Wir gehen im Folgenden davon aus, dass die Präferenzen mit einer additiven messbaren Wertfunktion korrekt wiedergegeben werden können. Es gibt nun eine Reihe von Möglichkeiten, die Gewichte w_r der Attribute zu bestimmen. Wir werden drei dieser Verfahren darstellen und an Beispielen veranschaulichen. Hierzu erweitern wir das obige Beispiel mit den Berufen noch um ein drittes Ziel, möglichst gute Karrierechancen des Arbeitsplatzes. Für dieses Attribut verwende der Entscheider nur die Ausprägungen „ausgezeichnet“, „gut“ und „schlecht“. Wir wollen nicht im Detail beschreiben, was darunter zu verstehen ist. Es ist jedoch sehr wichtig, dass der Entscheider selbst sich möglichst genau klar macht, was er unter diesen Ausprägungen versteht. Sonst kann er weder eine brauchbare Einzelwertfunktion noch eine angemessene Gewichtung dieses Attributs festlegen.

Die Tabelle 6-4 zeigt die erweiterten Alternativen. Die Wertfunktion des Entscheiders für das Anfangsgehalt, v_1, habe einen Verlauf gemäß Abbildung 6-3. Die gemessenen Punkte wurden durch die stetige Funktion

$$v_1(x_1) = 1{,}225 \cdot (1 - e^{-1{,}695 \cdot (x_1 - 30.000)/(80.000-30.000)})$$

angenähert.

Tabelle 6-4: Drei Stellenangebote mit drei Attributen

Alternative	Jahresgehalt	Arbeitszeit	Karrierechancen
(*a*) Beratung	80.000€	60 Stunden	Gut
(*b*) Universität	50.000€	40 Stunden	Ausgezeichnet
(*c*) Segellehrer	30.000€	20 Stunden	Schlecht

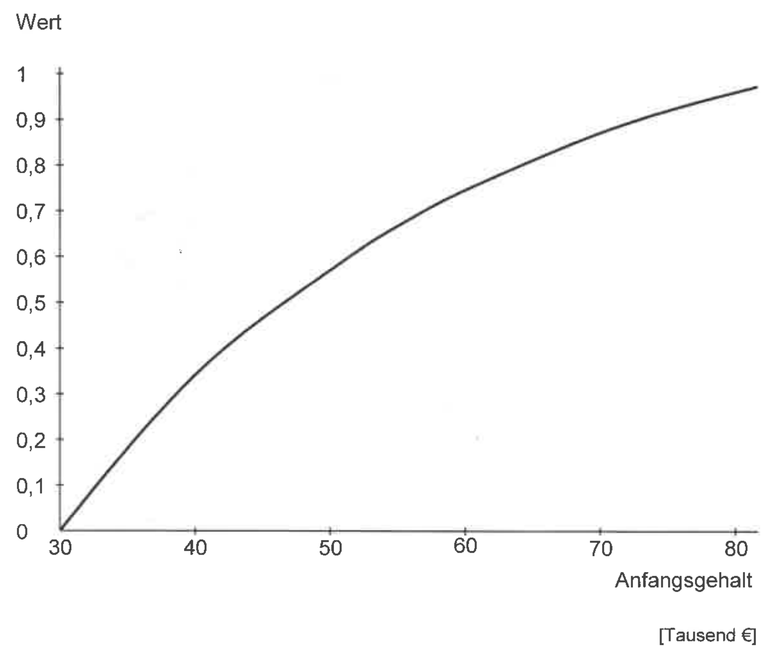

Abb. 6-3: Wertfunktion für das Gehalt zwischen 30.000 und 80.000€ pro Jahr

Für das Attribut Arbeitszeit habe der Entscheider eine lineare Wertfunktion zwischen 20 und 60 Stunden, es gilt also $v_2(x_2) = (60 - x_2)/40$. Für das Attribut Karrierechancen werden die in den Alternativen auftretenden Ausprägungen gemäß der letzten Spalte von Tabelle 6-5 bewertet.

Tabelle 6-5: Einzelwerte der Alternativen bei den drei Attributen

Alternative	Gehalt	Arbeitszeit	Karrierechancen
(*a*) Beratung	1	0	0,7
(*b*) Universität	0,6	0,5	1
(*c*) Segellehrer	0	1	0

6.4.2 Ermittlung der Gewichtung nach dem *Trade-off*-Verfahren

Trade-off bedeutet so viel wie Austauschrate. Gewichtsbestimmung nach dem *Trade-off*-Verfahren bedeutet, nach den Austauschraten zwischen zwei Zielgrößen zu fragen, bei denen der Entscheider indifferent ist. Die Wertfunktionen müssen bekannt sein. Man geht so vor, dass jeweils Alternativenpaare gesucht werden, die sich in nur zwei Attributen unterscheiden und vom Entscheider als gleichwertig angesehen werden. Aus einer entsprechenden Indifferenzaussage, z. B. zwischen den Alternativen

$$f = (f_1, \ldots, f_{i-1}, f_i, f_{i+1}, \ldots, f_{j-1}, f_j, f_{j+1}, \ldots, f_m)$$

und

$$g = (f_1, \ldots, f_{i-1}, g_i, f_{i+1}, \ldots, f_{j-1}, g_j, f_{j+1}, \ldots, f_m)$$

kann darauf geschlossen werden, wie stark er die Attribute X_i und X_j gewichtet. Wegen der Additivität lässt sich die Gleichung $v(f) = v(g)$ reduzieren zu

$$w_i v_i(f_i) + w_j v_j(f_j) = w_i v_i(g_i) + w_j v_j(g_j).$$

Hat man $m-1$ solcher Gleichungen, so erhält man zusammen mit der Bedingung $\Sigma w_r = 1$ ein Gleichungssystem mit m Gleichungen und m Variablen, das eindeutig zu lösen ist, wenn zwischen den Gleichungen keine Redundanzen bestehen. Redundanz liegt dann vor, wenn man aus zwei oder mehr Gleichungen auf eine Gleichung schließen kann, die man schon kennt.

Vergleichen wir zunächst die beiden Attribute Jahresgehalt und Arbeitszeit. Da es meist relativ schwierig für den Entscheider ist, eine Austauschrate exakt zu quantifizieren, wird man sie in der Regel sukzessive eingrenzen. Hierzu fängt man mit den extremen Ausprägungen an. Der Entscheider wird zunächst befragt, ob er eine Alternative f mit den Ausprägungen

$$f = (80.000\,€, 60\,\text{Std.}, *)$$

also mit dem besten Gehalt, aber mit der schlechtesten Arbeitszeit, einer Alternative g mit

$$g = (30.000\,€, 20\,\text{Std.}, *)$$

also mit dem schlechtesten Gehalt, aber mit der besten Arbeitszeit, vorzieht. Die Karrieremöglichkeiten werden hierbei nicht angegeben, da bei Geltung der schon überprüften Unabhängigkeitsbedingungen deren Ausprägung nicht relevant für die zu ermittelnden Präferenzen ist, wenn sie nur in beiden Alternativen gleich ist. Deshalb wurde ein Sternchen eingesetzt. Der Entscheider muss sich bei der Ermittlung eines *Trade-offs* nur auf die ersten beiden Attribute konzentrieren.

Sagt der Entscheider zum Beispiel, dass die Alternative f besser sei als g, so reduziert der Befrager die sehr gute Ausprägung 80.000 € auf ein niedrigeres Maß, z. B. 60.000 €, und fragt nach der Präferenz zwischen den Alternativen f' und g mit

$$f' = (60.000\,€, 60\,\text{Std.}, *)$$
$$g = (30.000\,€, 20\,\text{Std.}, *)$$

Ergibt sich eine Präferenz für f', so wird man die 60.000 € noch weiter reduzieren. Im Falle einer Präferenz für g wird man die 60.000 € wieder etwas erhöhen. Dieses sukzessive Abfragen wiederholt man einige Male, bis ein Betrag x € mit $f'' = (x\,€, 60\,\text{Std.}, *)$ erreicht ist, so dass f'' und g gleich bewertet werden. Nehmen wir an, 55.000 € sei der gesuchte Betrag. Es gilt also

$$(55.000\,€, 60\,\text{Std.}, *) \sim (30.000\,€, 20\,\text{Std.}, *)$$

und das bedeutet: Der Entscheider tauscht die 25.000 € Jahresgehalt, die über 30.000 € hinausgehen, gegen die 40 Stunden wöchentliche Arbeitszeit, die über 20 Stunden hinausgehen. Dies ist sein *Trade-off*.

Es gilt

$$w_1 v_1(55.000\,€) + w_2 v_2(60\,\text{Std.}) + w_3 v_3(*) =$$
$$w_1 v_1(30.000\,€) + w_2 v_2(20\,\text{Std.}) + w_3 v_3(*).$$

Da * in beiden Fällen gleich ist, kann man diesen Term auf beiden Seiten kürzen. Löst man nach w_1 auf, so erhält man

$$w_1 = \frac{v_2(20) - v_2(60)}{v_1(55.000) - v_1(30.000)} \cdot w_2 = \frac{1}{0{,}7} \cdot w_2 = 1{,}429 \cdot w_2. \quad (6.4)$$

Den Wert für das Gehalt $v_1(55.000\,€) = 0{,}7$ können Sie angenähert aus der Abbildung 6-3 ablesen oder genauer durch Auswertung der angegebenen Exponentialfunktion gewinnen.

Wir vergleichen nun Karrierechancen mit Gehalt. Nehmen wir an, der Entscheider würde nach einem entsprechenden Suchprozess bei folgenden gleichpräferierten Alternativen enden:

$$(70.000\,€, *, \text{schlecht}) \sim (30.000\,€, *, \text{ausgezeichnet})$$

so würden wir auf folgende Gleichung kommen:

$$w_1 = \frac{v_3(\text{ausgezeichnet}) - v_3(\text{schlecht})}{v_1(70.000) - v_1(30.000)} \cdot w_3 = \frac{1}{0{,}91} \cdot w_3 = 1{,}099 \cdot w_3. \quad (6.5)$$

Mit der Normierungsbedingung $\Sigma w_r = 1$ schließen wir aus den abgeleiteten Gleichungen leicht auf die w_r. Es ergibt sich $w_1 = 0{,}38$, $w_2 = 0{,}27$ und $w_3 = 0{,}35$.

Mit diesen Gewichtungsfaktoren erhält der Entscheider eine Rangordnung seiner Alternativen:

$$v(a) = 0{,}38 \cdot 1 + 0{,}27 \cdot 0 + 0{,}35 \cdot 0{,}7 = 0{,}63$$
$$v(b) = 0{,}38 \cdot 0{,}6 + 0{,}27 \cdot 0{,}5 + 0{,}35 \cdot 1 = 0{,}71$$
$$v(c) = 0{,}38 \cdot 0 + 0{,}27 \cdot 1 + 0{,}35 \cdot 0 = 0{,}27.$$

Die Universitätstätigkeit ist als optimal identifiziert; der Job als Segellehrer endet weit abgeschlagen.

Ein Problem bei der *Trade-off*-Ermittlung können Attribute darstellen, die nur wenige mögliche Ausprägungen haben. Es existiert keine kontinuierliche Wertfunktion. Problematisch kann das deshalb werden, weil die Ausprägungen hier nur diskontinuierlich variiert werden können. Beispielsweise könnte bei der Berufswahl das Attribut „Standort" eine Rolle spielen. Der Sitz der Beratungsgesellschaft ist Frankfurt, die Universität befindet sich in Paderborn und die Segelschule in Kiel. Der Entscheider hat dem bevorzugtesten Standort (z.B. Kiel) den Wert eins, dem unbeliebtesten (z.B. Paderborn) den Wert null und dem dritten (Frankfurt) einen mittleren Wert zugeordnet. Beim Vergleich mit einem kontinuierlichen Attribut wie Anfangsgehalt tritt kein Problem auf, gleichbewertete Alternativen zu finden, weil man hier das kontinuierliche Attribut variieren kann. Sagt der Entscheider etwa (Paderborn, 80.000 €) $\succ$ (Kiel, 30.000 €), dann wird das mit dem Standort Kiel verbundene Gehalt so lange erhöht, bis Indifferenz eintritt. Vermieden werden sollte aber der Vergleich zwischen zwei diskreten Attributen. Hier ist es tatsächlich dem Zufall überlassen, ob sich zwei Alternativen finden lassen, die gleich bewertet werden.

Des Weiteren kann es vorkommen, dass zwischen zwei benachbarten Ausprägungen des diskreten Attributes ein so hoher Präferenzunterschied besteht, dass dieser durch keine Veränderung innerhalb der Bandbreite der Ausprägungen des anderen Attributes kompensiert werden kann. So mag beispielsweise in unserem Fall die Anzahl der jährlichen Urlaubstage als weiteres Attribut eine Rolle spielen. Die Urlaubstage haben nur einen geringen Streubereich von 20 bis 24 Tagen. Ausgehend von einer Kombination (Kiel, 20 Tage) ist es eventuell nicht möglich, den Übergang auf einen weniger gewünschten Standort durch mehr Urlaub zu kompensieren. Es gibt also keine zwei Kombinationen innerhalb der betrachteten Alternativen, die gleichwertig sind. Da die Auswahl der zu vergleichenden Attribute (bis auf die Beachtung der Redundanz, siehe oben) im Prinzip beliebig ist, dürfte hier aber kein großes Problem liegen.

In der Beispielberechnung wurden die *Trade-offs* immer ausgehend von Alternativen ermittelt, in denen nur minimale oder maximale Ausprägungen bei einem Attribut betrachtet werden. Problematisch kann es sein, dass der Entscheider so mit Alternativen konfrontiert wird, die recht unrealistisch sind. Der Entscheider muss sein Vorstellungsvermögen bemühen und wird sich schwerer tun, Indifferenzaussagen zu machen, die verlässlich sind.

Deshalb sollte man sich bei der Ermittlung von *Trade-offs* um realistische Vergleiche bemühen. So könnte der Entscheider vielleicht im Vergleich Gehalt und Arbeitszeit die folgende Aussage relativ sicher treffen:

$$(80.000\,€, 60\,\text{Std.}, *) \sim (65.000\,€, 52\,\text{Std.}, *)$$

Die linke Alternative kennzeichnet genau die Ausprägungen der Alternative Beratung in den beiden betrachteten Attributen. Der Entscheider kann sich diese Kombination leicht vorstellen. Aus der Indifferenz ergibt sich folgende Gleichung:

$$w_1 = \frac{v_2(52) - v_2(60)}{v_1(80.000) - v_1(65.000)} \cdot w_2 = \frac{0,2}{0,15} \cdot w_2 = 1,333 \cdot w_2.$$

Sie sehen, dass das hier ermittelte Gewichtsverhältnis nicht exakt mit dem zuerst berechneten ($w_1 = 1,429 \cdot w_2$) übereinstimmt. Bei Gültigkeit des additiven Modells (die wir ja voraussetzen) und sofern zuvor die Einzelwertfunktionen sauber bestimmt wurden, hätte dies aber sein müssen. Solche Differenzen sind aufgrund der begrenzten kognitiven Fähigkeiten des Menschen nicht zu vermeiden. Deshalb ist es sinnvoll, nicht nur $m-1$ *Trade-offs* zu bestimmen und ein widerspruchsfreies Gleichungssystem zu erzeugen, sondern bewusst mehr als diese Mindestzahl von *Trade-off*-Messungen zu erzeugen, um zu kontrollieren, wie konsistent die Aussagen sind. Wir werden in Abschnitt 6.5 auf Möglichkeiten eingehen, mit der unvermeidlichen Unschärfe von Präferenzmessungen umzugehen.

6.4.3 Ermittlung der Gewichte nach dem *Swing*-Verfahren

Anders als beim *Trade-off*-Verfahren müssen hier die Einzelwertfunktionen noch nicht bekannt sein. Der Entscheider versetzt sich in die Situation, dass ihm die schlechteste definierte Alternative

$$a^- = (x_1^-, x_2^-, \ldots, x_m^-)$$

zur Verfügung steht. Er habe aber die Möglichkeit, nach freier Wahl eines der Attribute auf seinen besten Wert hochzusetzen, wobei die anderen Attribute auf dem niedrigsten Niveau bleiben. Er ordnet nun die Attribute danach, in welcher Reihenfolge der Präferenz er sie auf ihren Maximalwert erhöhen möchte. Nennen wir diese künstlichen Alternativen

$$b^r = (x_1^-, \ldots, x_{r-1}^-, x_r^+, x_{r+1}^-, \ldots, x_m^-)$$

mit $r = 1, \ldots, m$ und erinnern wir uns, dass $v(b^r) = w_r$.

Durch die Ordnung der b^r haben wir auch schon die Gewichte in absteigender Reihenfolge geordnet. Jetzt brauchen wir sie nur noch zu quantifizieren. Geben wir a^- den Wert null und dem meistpräferierten b^r willkürlich 100 Punkte. Anschließend bewertet der Entscheider die übrigen b^r mit so vielen Punkten, dass die Wertunterschiede zwischen ihnen zum Ausdruck kommen. Jetzt fehlt nur noch die Normierung der Gewichte auf eins. Seien die Punktzahlen mit t_i bezeichnet, so gilt

$$w_r = \frac{t_r}{\sum_{i=1}^{m} t_i} \tag{6.6}$$

Zusammengefasst ist die Vorgehensweise wie folgt:

1. Aufstellen einer Rangfolge unter den künstlichen Alternativen b^r,
2. Punktvorgabe: 0 für a^-, 100 für die beste der b^r,

3. Bewertung der übrigen Alternativen b^r, so dass die Wertunterschiede zwischen ihnen richtig wiedergegeben werden,
4. Errechnung der Zielgewichte durch Normierung der Bewertungen.

An unserem Beispiel sei das Vorgehen verdeutlicht. Dem Entscheider wird zunächst die Extremalternative

$$a = (30.000\,€, 60\,\text{Std.}, \text{schlecht})$$

vor Augen geführt. Er wird dann befragt, in welchem Attribut er am liebsten auf den besten Wert wechseln möchte. Er muss also auswählen, welche der folgenden Alternativen

$$b^1 = (80.000\,€, 60\,\text{Std.}, \text{schlecht})$$
$$b^2 = (30.000\,€, 20\,\text{Std.}, \text{schlecht})$$
$$b^3 = (30.000\,€, 60\,\text{Std.}, \text{ausgezeichnet})$$

er präferiert. Angenommen, er wählt b^1 als die beste Alternative aus, gefolgt von b^3 und zuletzt b^2.

Nehmen wir an, der Entscheider kommt zu der in Tabelle 6-6 angegebenen Bewertung.

Tabelle 6-6: Bewertung der drei künstlichen Alternativen b^r

Rang	Alternative b^r	Punkte
1	b^1	100
2	b^3	70
3	b^2	60

Hieraus folgen die Gewichte gemäß

$$w_1 = 100 / (100 + 70 + 60) = 0{,}44$$
$$w_2 = 60 / (100 + 70 + 60) = 0{,}26$$
$$w_3 = 70 / (100 + 70 + 60) = 0{,}30.$$

Die Berechnung der Gewichte aus den Präferenzaussagen ist mit dem *Swing*-Verfahren also sehr einfach. Es sollte jedoch – so wie auch schon in Abschnitt 5.2.5 beim Vergleich der Methoden zur Bestimmung von Wertfunktionen – betont werden, dass die vermeintlich einfachere Swing-Methode in Wirklichkeit deutlich höhere mentale Anforderungen an den Entscheider stellt als das Trade-off-Verfahren. Während beim Trade-off-Verfahren zwar sehr viele, aber immer nur recht einfache Präferenzaussagen zu formulieren sind („ich finde diese Kombination besser als jene“), ist bei der Swing-Methode die „Punktbewertung nach Präferenzstärke“ (Schritt 3) ein sehr komplexes Bewertungsproblem, das zudem erhebliche Interpretationsspielräume lässt (was genau bedeutet: „Punkte nach Präferenzstärke zuweisen?“). Der besondere Vorteil des Swing-Verfahrens sollte daher auch nicht darin gesehen werden, dass die Gewichte in so einfacher Form über Punktbewertungen generiert werden (das muss in Bezug auf Qualität und Verlässlichkeit der gewonnenen Parameter sicherlich eher als Nachteil betrachtet werden), sondern eher darin, dass die genaue Form der Einzelwertfunktionen bei der Anwendung dieses Verfahrens nicht bekannt sein muss, da ausschließlich die extremen Ausprägungen der Attribute verglichen werden.

6.4.4 Ermittlung der Gewichte nach dem *Direct-Ratio*-Verfahren

In der Praxis sehr häufig angewendet – wenn auch nicht immer so bezeichnet – wird das *Direct-Ratio*-Verfahren. Eigentlich sollte man es nicht in einem Lehrbuch aufführen, da es recht unzuverlässig ist. Gerade wegen seiner praktischen Verbreitung einerseits und um seinen logischen Defekt klarzumachen, müssen wir es aber behandeln.

Bei diesem Verfahren müssen Sie als Entscheider zunächst die Attribute ihrer „Wichtigkeit“ nach ordnen. Damit haben die meisten Personen keine Probleme, obwohl die Frage nach der Wichtigkeit eines Attributes in sich sinnlos ist. Wichtig ist nicht die Variable selbst, wichtig ist nur die Differenz zwischen Ausprägungen der Variablen. Zum Beispiel ist es sinnlos zu sagen, Einkommen sei wichtiger als Urlaub. Sinnvoll ist die Aussage: Eine Steigerung des Jahreseinkommens von 50.000 auf 53.000 € ist mir wichtiger als eine Erhöhung des Jahresurlaubs von 25 auf 30 Tage. Wir kommen auf diesen Punkt in Abschnitt 6.6 zurück.

Sagen wir, Sie hätten dennoch das Gefühl, das Jahresgehalt sei Ihnen wichtiger als die Karrierechancen, und die Karrierechancen seien Ihnen wichtiger als die Arbeitszeit. Nun vergleichen Sie jeweils zwei Attribute. Fangen wir bei den unwichtigsten an. Die Frage lautet: Wie viel wichtiger sind die Karrierechancen im Vergleich zu der Arbeitszeit? Ihre Antwort lautet, sagen wir, nur ein bisschen wichtiger. Mit dieser Antwort kann man noch nicht viel anfangen, deshalb werden Sie gebeten, eine Zahl zu nennen. Die Frage wird jetzt folgendermaßen gestellt: „Wenn das Attribut Arbeitszeit die Wichtigkeit 1 hat, wie wichtig ist dann das Attribut Karrierechancen?“ Ihre Antwort sei: 1,2. Entsprechend wird im Vergleich zwischen Jahresgehalt und Arbeitszeit vorgegangen. „Falls das Attribut Arbeitszeit die Wichtigkeit 1 hat, wie wichtig ist dann das Attribut Jahresgehalt?“ Ihre Antwort: 2.

Aus diesen Aussagen lassen sich Zielgewichte ableiten. Es gilt

$$w_1 / w_2 = 2$$

und

$$w_3 / w_2 = 1{,}2.$$

Für die Gewichte folgt

$$w_1 = 2 / (1+1{,}2+2) = 0{,}48$$
$$w_2 = 1 / (1+1{,}2+2) = 0{,}24$$
$$w_3 = 1{,}2 / (1+1{,}2+2) = 0{,}29.$$

Selbstverständlich empfiehlt sich auch hier eine Konsistenzprüfung, indem man die Wichtigkeit der Attribute Gehalt und Karrierechancen miteinander vergleicht. Konsistent wäre der Entscheider, wenn er bei diesem Vergleich ein Verhältnis $w_1 / w_3 = 2 / 1{,}2 = 1{,}7$ nennen würde.

6.4.5 Verwendung mehrerer Methoden und alternative Vorgehensweisen

Wie mehrfach betont, ist es ratsam, die Aussagen zur Gewichtsbestimmung zu überprüfen. Dies kann einerseits innerhalb einer Methode geschehen, andererseits aber auch durch Verwendung mehrerer Methoden. So könnte man etwa durch *Trade-offs* gewonnene Gewichte mittels *Swing* überprüfen und umgekehrt.

Ein alternatives, für die praktische Anwendung interessantes Verfahren zur Lösung multiattributiver Probleme haben Hammond, Keeney und Raiffa (1998) mit ihrer *Even-Swap-Methode* entwickelt. Das Verfahren unterscheidet sich einerseits deutlich von dem generellen Ansatz, den wir hier bisher dargestellt haben, da es Einzelwertfunktionen und Gewichte nicht explizit und isoliert bestimmt. Andererseits basiert die Even-Swap-Methode auf den gleichen konzeptionellen Ideen wie das Trade-off-Verfahren, insbesondere auf der Annahme, dass sich aufgrund wechselseitiger Präferenzunabhängigkeit Veränderungen einzelner Attributsausprägungen miteinander vergleichen lassen, ohne dass die Ausprägungen der anderen Attribute hierbei eine Rolle spielen. Konkret werden bei der Even-Swap-Methode Veränderungen an genau zwei Attributen bestimmt (eine Verbesserung und eine Verschlechterung), der der Entscheider indifferent gegenüber steht. Diese even swaps (ausgeglichenen Austausche) werden dann jedoch nicht wie beim Trade-off-Verfahren dazu genutzt, Zielgewichte abzuleiten, sondern dazu, die gegebenen Alternativen solange sukzessive in gleichattraktive Alternativen zu verwandeln, bis sich offenbare Dominanzbeziehungen zwischen den Alternativen ergeben. Dabei sind die durch even swaps generierten Alternativen nur gedankliche Hilfskonstruktionen, die die Vergleichbarkeit verbessern sollen. Nachdem unter den modifizierten Alternativen die optimale (alle anderen dominierende) gefunden wurde, wird zu den Ausgangspunkten der Even-Swap-Sequenzen zurückgekehrt und die Präferenz auf die ursprünglichen Alternativen übertragen (vgl. das Anwendungsbeispiel am Ende dieses Kapitels).

Die Even-Swap-Methode hat den Vorteil, dass sie – trotz des gleichen konzeptionellen Hintergrunds – ohne Begriffe wie Einzelwertfunktionen und Zielgewichte auskommt und vom Prinzip her leicht zu verstehen ist. Dies kann in der Praxis sehr hilfreich sein und bei der Unterstützung durch entsprechende Software kann auch die Suche nach Dominanzbeziehungen sehr effizient gestaltet werden (Mustajoki und Hämäläinen 2005). Für tiefergehende Analysen von komplexen Problemen ist aber die klassische Vorgehensweise der expliziten Bestimmung von Wertfunktionen und Zielgewichten unumgänglich.

6.5 Unvollständige Information über die Gewichte

6.5.1 Der Umgang mit inkonsistenter oder unvollständiger Information

Gewöhnlich wird die Erzeugung redundanter Information dazu führen, dass die Gewichte nicht eindeutig sind, weil der Entscheider in seinen Aussagen nicht vollkommen konsistent ist. Diese Inkonsistenz wird ihm bewusst und sollte dazu führen, dass er seine Aussagen genauer überdenkt und revidiert, bis sie widerspruchsfrei sind. Es ist aber auch möglich, dass er nicht willens oder in der Lage ist, die Widersprüche in seinen Aussagen zu beseitigen. Zwar sollte man vor wichtigen Entscheidungen intensiv nachdenken. Es hat jedoch keinen Zweck, den Entscheider, dem man helfen möchte, durch nervendes Fragen zu Antworten zu veranlassen, zu denen er letztlich selbst kein Vertrauen hat. Mit viel größerer Zuversicht in die Richtigkeit seiner Aussagen kann der Mensch z. B. Aussagen über Wertintervalle statt über punktgenaue Werte generieren. Vergleichen Sie zum Beispiel folgende Aussagen:

1. Ein Jahresgehalt von 100.000 € und 25 Tage Urlaub sind für mich einem Jahresgehalt von 90.000 € und 35 Tagen Urlaub gleichwertig.
2. Ein Jahresgehalt von 100.000 € und 25 Tage Urlaub sind mir lieber als ein Jahresgehalt von 90.000 € und 30 Tage Urlaub, aber weniger lieb als 90.000 € und 40 Tage Urlaub.

Die zweite Aussage wird man mit weniger mentalem Aufwand und zugleich mit größerer innerer Überzeugung in ihre Richtigkeit treffen können als die erste.

Für den Umgang mit inkonsistenter Information gibt es zwei Möglichkeiten. Man kann erstens auf mathematischem Weg eindeutige Information erzeugen, zum Beispiel durch Mittelung von gemessenen Werten oder durch die mathematisch-statistischen Verfahren der Fehlerminimierung (Abschnitt 6.5.2). Oder man versucht – wie in Abschnitt 5.3 bezüglich unvollständiger Wertfunktionen erwähnt – mit den unvollständigen Informationen auszukommen, indem man Intervalle anstelle genauer Werte verwendet. Hierzu besprechen wir Dominanzprüfungen (Abschnitt 6.5.3) und Sensitivitätsanalysen (6.5.4).

6.5.2 Fehlerminimierung

Der fehlerminimierende Ansatz behandelt die Indifferenzaussagen als zufällige Ziehungen aus einer Verteilung um den tatsächlich richtigen Wert. Angenommen, es liegen n Informationen (Indifferenzaussagen) vor, die sich jeweils in einer Gleichungsform der Gestalt $f_i(w_1, w_2, ..., w_m) = 0$ aufschreiben lassen. Wenn die Anzahl der Informationen (n) größer als die Anzahl der gesuchten Parameter (m = Anzahl der Ziele) ist, wird das entsprechende Gleichungssystem in aller Regel überbestimmt sein. Wenn für jede Gleichung eine Fehlervariable ε_i eingeführt wird mit $f_i(w_1, w_2, ..., w_m) = \varepsilon_i$, ist das System unterbestimmt. Es liegt nun nahe, diejenigen Werte für w_r als Zielgewichte des Entscheiders zu suchen, die zu den absolut gesehen kleinsten Werten für die Fehlervariablen ε_i führen. Hierzu kann man u. a.