



PERSONAL+ORGANISATION

PERSONAL+ORGANISATION

Einführung in die BWL

Wintersemester 2020/2021

Aufgabenblatt 5.3

Prof. Dr. Thomas Zwick

Tutorium 9



Aufgabe 1)

Emil, Heinz und Karl werden angeboten, eine Münze zu werfen. Sollte Kopf fallen, erhalten sie 100 €, während sie bei Zahl leer ausgehen. Die Nutzenfunktionen der Freunde lauten:

$$u_E(x) = x^{1/2} \quad u_H(x) = 0,5x \quad u_K(x) = x^2$$

Nutzenfunktionen und Risikoeinstellung:

ax → risikoneutral

\sqrt{x} , $\ln x$ → risikoavers

x^2 → risikofreudig

Aufgabe 1)

- a) Wie viel sind Emil, Heinz und Karl maximal bereit, als Einsatz für dieses Spiel zu bezahlen?

Münzwurf: Eintrittswahrscheinlichkeit 50/50

$$u_E(x) = x^{1/2} \quad u_H(x) = 0,5x \quad u_K(x) = x^2$$

Emil: $\Leftrightarrow x =$

Heinz: $\Leftrightarrow x =$

Karl: $\Leftrightarrow x =$

Aufgabe 1b)

Im ersten Wurf haben alle „Kopf“ geworfen. Jetzt wird ihnen angeboten, „doppelt oder nichts“ zu spielen, d.h. bei einem erneuten Wurf erhalten sie im Falle von „Kopf“ 200 € und bei „Zahl“ 0 €. Nehmen die Freunde diesen Vorschlag an?

„Aufhören“
(100 € sicher)

„Weiterspielen“

Emil:

Heinz: $u(100) = \frac{1}{2} \cdot 100 = 50$

$$0,5 \cdot u(200) + 0,5 \cdot 0 = 0,5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 200 = 50$$

Karl: $u(100) = 100^2 = 10000$

$$0,5 \cdot u(200) + 0,5 \cdot 0 = 0,5 \cdot 200^2 = 20000$$

⇒ Emil hört auf, Karl spielt weiter, Heinz ist indifferent

Aufgabe 2)

Herr Huber und Herr Meyer bekommen eine Lotterie angeboten, die mit 64% Wahrscheinlichkeit ein Ergebnis von 10 € liefert. Im anderen Fall ist das Ergebnis Null. Herr Huber handelt (für nichtnegative Ergebnisse x) nach der Nutzenfunktion $u_H(x) = 2x^2 + 5$, Herr Meyer nach $u_M(x) = 4x^2 + 12$. Welches Sicherheits-äquivalent hat das Spiel

Sicherheitsäquivalent: Sichere Auszahlung, bei der ein Entscheider indifferent zwischen dieser Auszahlung und einer unsicheren Lotterie ist.

Aufgabe 2)

a) für Herrn Huber?

Es ist das sichere Ergebnis s gesucht, dessen Nutzen dem Nutzen des Spiels als äquivalent betrachtet wird.

Berechnung des Sicherheitsäquivalents (SÄ): **$u(\text{SÄ}) = \text{EU}(\text{Lotterie})$**

Aufgabe 2)

b) für Herrn Meyer?

$u(\text{SÄ}) = \text{EU}(\text{Lotterie})$

$$\text{EU}(L) = 0,64 \cdot (4 \cdot 10^2 + 12) + 0,36 \cdot (4 \cdot 0^2 + 12) = 268$$

$$u_M(\text{SÄ}) = \text{EU}(L)$$

$$u_M(\text{SÄ}) = 4 \text{SÄ}^2 + 12 = 0,64 \cdot 412 + 0,36 \cdot 12 = 268$$

$$\rightarrow \text{SÄ} = 8$$

Aufgabe 2)

c) Wie erklärt sich das Verhältnis beider Ergebnisse?

Da u_M durch die wachsende (positive) lineare Transformation ($u_M = 2u_H + 2$) aus u_H entsteht, müssen die Ergebnisse zwangsläufig gleich sein. (\rightarrow die Präferenzstruktur ist gleich)

Bei einer pos. Linearen Transformation darf man mit positiven Zahlen multiplizieren und/oder addieren/subtrahieren.

Aufgabe 3)

Ein Akteur kann sich zwischen den folgenden alternativen Investitionsprojekten A, B, C und D entscheiden, deren Auszahlungen Z jeweils vom eingetretenen Umweltzustand abhängen. Seine Risikonutzenfunktion lautet.

	Umweltzustände			
Alternative	1 $p_1=0,1$	2 $p_2=0,2$	3 $p_3=0,3$	4 $p_4=0,4$
A	40	60	95	50
B	50	80	100	30
C	30	60	65	40
D	100	50	60	10

a) Welche dieser Alternativen sind effizient?

Aufgabe 3)

b) Für welche Alternative wird sich der Akteur entscheiden?

Da risikoneutraler Entscheider : hier EU und E möglich

$$EU(A) = 0,1 \cdot 2 \cdot 40 + 0,2 \cdot 2 \cdot 60 + 0,3 \cdot 2 \cdot 95 + 0,4 \cdot 2 \cdot 50 = 129$$

$$\rightarrow E(A) = 0,1 \cdot 40 + 0,2 \cdot 60 + 0,3 \cdot 95 + 0,4 \cdot 50 = 64,5$$

$$EU(B) = 0,1 \cdot 2 \cdot 50 + 0,2 \cdot 2 \cdot 80 + 0,3 \cdot 2 \cdot 100 + 0,4 \cdot 2 \cdot 30 = 126$$

$$\rightarrow E(B) = 63$$

$$EU(D) = 0,1 \cdot 2 \cdot 100 + 0,2 \cdot 2 \cdot 50 + 0,3 \cdot 2 \cdot 60 + 0,4 \cdot 2 \cdot 10 = 84$$

$$\rightarrow E(D) = 42$$

→ Entscheidung für Alternative A

Aufgabe 3)

- c) Welchen Auszahlungsbetrag müsste man dem Akteur sofort in die Hand geben, damit er zwischen diesem und der Alternative, die er in b) gewählt hat, indifferent wäre? - Wie heißt dieser Auszahlungsbetrag?

Dieser spiegelt das Sicherheitsäquivalent (SÄ) wider.

$$EU(A) = u(\text{SÄ})$$

$$129 = 2 \text{ SÄ}$$

$$\text{SÄ} = 64,5$$

Auszahlungsbetrag: 64,5 €

Aufgabe 3)

d) Wie hoch ist die Risikoprämie in diesem Fall?

Risikoprämie = $E(A) - S\ddot{A}$

$$RP = (0,1 \cdot 40 + 0,2 \cdot 60 + 0,3 \cdot 95 + 0,4 \cdot 50) - 64,5 = 64,5 - 64,5 = 0$$

$R=0 \rightarrow$ risikoneutral mit $E(\text{Lotterie}) = S\ddot{A}$

Bei den Risikoeinstellungen:

$R > 0 \rightarrow$ risikoavers mit $E(L) > S\ddot{A}$ (man müsste den Entscheider bezahlen, damit er Risiko übernimmt; Abschlag vom erwarteten Ergebnis, auf den der Akteur verzichtet, wenn er dafür das Risiko umgehen kann bzw. Betrag, der dem Akteur gezahlt werden muss, damit er Risiko übernehmen würde)

$R < 0 \rightarrow$ risikofreudig mit $E(L) < S\ddot{A}$ (der Entscheider ist sogar bereit Geld zu bezahlen, um Risiko eingehen zu dürfen; er zieht einen Nutzen aus der Teilnahme der Lotterie)

Aufgabe 4)

Der Unternehmer I stuft eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, die einen Gewinn von 10.000 € mit einer Wahrscheinlichkeit von 20% und einen Gewinn von 1.000 € mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% erbringt, gleich ein mit einem sicheren Gewinn von 3.000 €.

Dem Unternehmer II ist dagegen eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, die einen Gewinn von 10.000 € mit einer Wahrscheinlichkeit von 70% und einen Gewinn von 1.000 € mit einer Wahrscheinlichkeit von 30% erbringt, genauso viel wert, wie ein sicherer Gewinn von 7.000 €.

Sind die beiden Unternehmer I bzw. II risikofreudig, risikoscheu oder risikoneutral?

Aufgabe 4)

Für den Unternehmer I beträgt der zu erwartende Gewinn

$$E(\text{Lotterie}) = 10.000\text{€} \cdot 0,2 + 1.000\text{€} \cdot 0,8 = 2.800\text{€}$$

Die sichere Zahlung von 3000 € entspricht dem SÄ.

Da das Sicherheitsäquivalent (3.000) größer ist als dieser Erwartungswert, muss der Unternehmer I als risikofreudig bezeichnet werden ($RP = 2800 - 3000 = -200 < 0$).

Für den Unternehmer II beträgt der zu erwartende Gewinn

$$E(\text{Lotterie}) = 10.000\text{€} \cdot 0,7 + 1.000\text{€} \cdot 0,3 = 7.300\text{€}$$

Da das Sicherheitsäquivalent (7.000) kleiner als dieser Erwartungswert ist, muss der Unternehmer II als risikoscheu bezeichnet werden ($RP = 7300 - 7000 = 300 > 0$).



PERSONAL+ORGANISATION

PERSONAL+ORGANISATION

