PERSONAL+ORGANISATION

Einführung in die BWL

Wintersemester 2020/2021

Aufgabenblatt 5.1-5.2

Prof. Dr. Thomas Zwick

Tutorium 8

Aufgabe 3)

In einem Entscheidungsprozess stehen vier Alternativen zur Auswahl. Folgende Entscheidungsmatrix wurde ermittelt

(mit ai = Alternativen, sj = Umweltzustände, pj = Eintrittswahrscheinlichkeiten):

	s_1, p_1	s_2, p_2
a_1	60	20
a_2	20	60
a_3	80	40
a_4	30	30

Entscheidungsmatrix → Nutzenwerte!
(vs. Ergebnismatrix → Ergebnisse (z.B. Geldbeträge))

Aufgabe 3a)

Die Eintrittswahrscheinlichkeiten für die beiden Umweltzustände sind zunächst unbekannt. Welchen Rat können Sie dem Entscheider trotzdem schon geben?

Elimination dominierter Alternativen:

Welche Handlungsalternativen sind effizient? → effiziente Alternative wird nicht dominiert

Wichtig: Dominanzkriterium! (man will möglichst viel)

→ *a3 dominiert a1 (a3 > a1)*

→ *a3 dominiert a4 (a3 > a4)*

Aufgabe 3b)

Der Entscheider erhält nach einer ersten subjektiven Schätzung die Eintrittswahrscheinlichkeiten p1 = 0,2 und p2 = 0,8 für realistisch. Für welche Alternative sollte er sich dann entscheiden?

Entscheidungsmatrix gegeben → Erwartungsnutzen berechnen:

EU (a2) = p1·20 + p2·60 = 0,2·20 + 0,8·60 = 52

EU (a3) = p1·80 + p2·40 = 0,2·80 + 0,8·40 = 48

→ *Entscheidung für Alternative a2*

Jedoch liegen die Werte sehr eng zusammen. Wenn p1 und p2 ein bisschen anders liegen, ändert sich möglicherweise die Entscheidung.

Aufgabe 3c)

Prüfen Sie anhand einer Sensitivitätsanalyse, ob es sich für den Entscheider lohnen könnte, weitere Informationen über p1 und p2 einzuholen.

$EU(a_2) = p_1 \cdot 20 + p_2 \cdot 60$

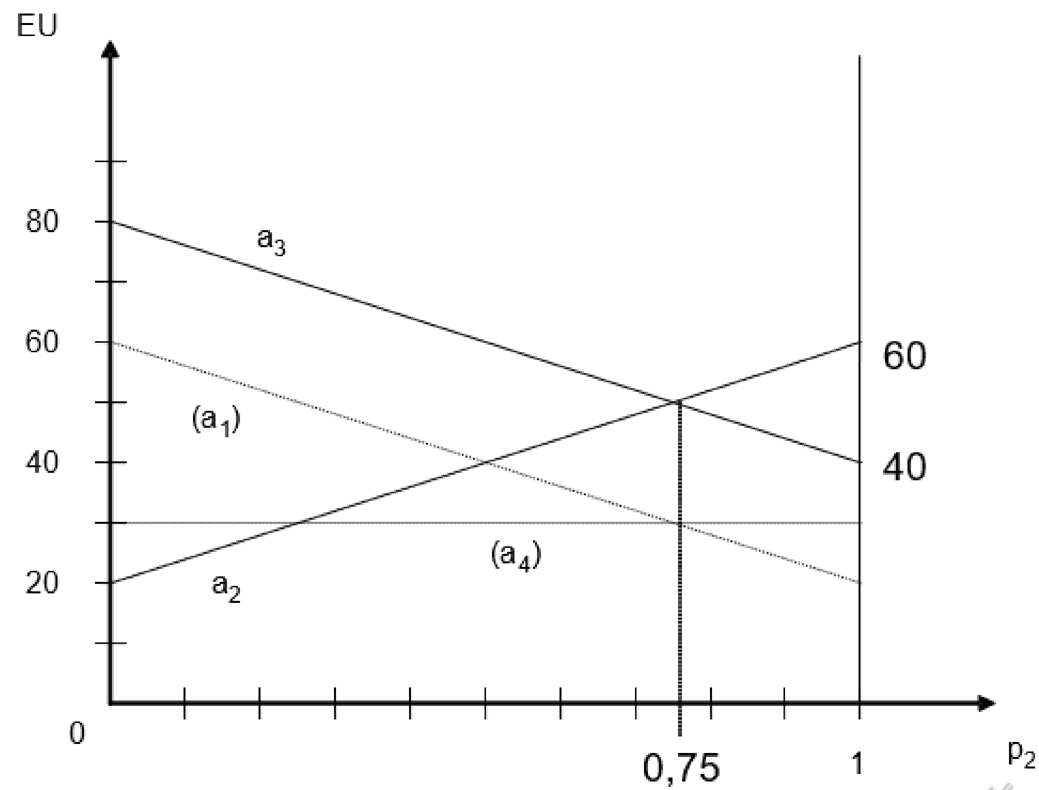
$\rightarrow EU(a_2) = (1 - p_2) \cdot 20 + p_2 \cdot 60 = 20 + 40p_2$

$EU(a_3) = p_1 \cdot 80 + p_2 \cdot 40$

$\rightarrow EU(a_3) = (1 - p_2) \cdot 80 + p_2 \cdot 40 = 80 - 40p_2$

$p_1 + p_2 = 1 \rightarrow \quad p_1 = 1 - p_2$
(Es ist egal, ob man diesen Zusammenhang oder $p_2 = 1 - p_1$ einsetzt! Es gilt : Aufgabenstellung beachten)

Graphische Sensitivitätsanalyse:



Aufgabe 3c)

„Kritischer" Punkt: $EU(a_2) = EU(a_3)$

$$20 + 40p_2 = 80 - 40p_2$$
$$\Leftrightarrow \quad 80p_2 = 60$$
$$\Leftrightarrow \quad p_2 = 0{,}75$$

→ Es lohnt sich auf jeden Fall weitere Informationen über p2 einzuholen. Die erste Schätzung (p2 = 0,8) liegt sehr nahe am Punkt p2 = 0,75. Im Punkt p2= 0,75 ist der Entscheider indifferent, wenn p2 < 0,75 wechselt die Vorteilhaftigkeit der Alternativen.

Da p1 + p2 = 1, liegt der kritische Punkt für p1 bei 0,25.

Aufgabe 4)

Ein risikoneutraler Unternehmer steht vor der Entscheidung, eine von zwei Betriebsstätten B1 oder B2 zu schließen.

B1 bestehe aus den Arbeitsplätzen a1 und a2, die Betriebsstätte B2 aus a3 und a4. Der auf den jeweiligen Arbeitsplätzen erzielbare Erfolg x hängt von den zwei möglichen Umweltzuständen s1 und s2 ab und wird durch die folgende Matrix beschrieben:

Informationsmatrix:

	s_1	s_2
a_1	20	160
a_2	60	120
a_3	200	8
a_4	40	100

Ist ein risikoneutraler Entscheider gegeben, so wird grundsätzlich der Erwartungswert berechnet, da sich gegenüber dem Erwartungsnutzen hinsichtlich der Entscheidung nichts ändert.

Aufgabe 4)

Für welche Wahrscheinlichkeiten p1 für Zustand s1 wird B1 geschlossen und für welche Wahrscheinlichkeiten p1 der Betrieb B2?

- Ermitteln Sie das Ergebnis grafisch und rechnerisch.

Aufgabe 4)

Zuerst muss erkannt werden, dass hier nicht alle vier Arbeitsplätze miteinander verglichen werden. Vielmehr müssen die Arbeitsplätze a1 und a2 sowie a3 und a4 zusammengefasst werden, woraus die Gesamterfolge für beide Unternehmen resultieren:

Ergebnismatrix

	s_1	s_2	
$a_1 + a_2$	$20 + 60 = 80$	$160 + 120 = 280$	B1
$a_3 + a_4$	$200 + 40 = 240$	$8 + 100 = 108$	B2

Da ein risikoneutraler Akteur vorliegt, ist das relevante Entscheidungskriterium der Erwartungswert (Hinweis: Er könnte theoretisch auch nach dem Erwartungsnutzen entscheiden, auf Grund der nicht angegebenen Nutzenfunktion macht dies aber hier keinen Sinn!).

Aufgabe 4)

Aus den vorliegenden Angaben können nun für beide Betriebe die Erwartungswerte in Abhängigkeit der Variablen Eintrittswahrscheinlichkeit und Unternehmenserfolg aufgestellt werden:

$E\ (B1) = p1 \cdot 80 + p2 \cdot 280$

$E\ (B2) = p1 \cdot 240 + p2 \cdot 108$

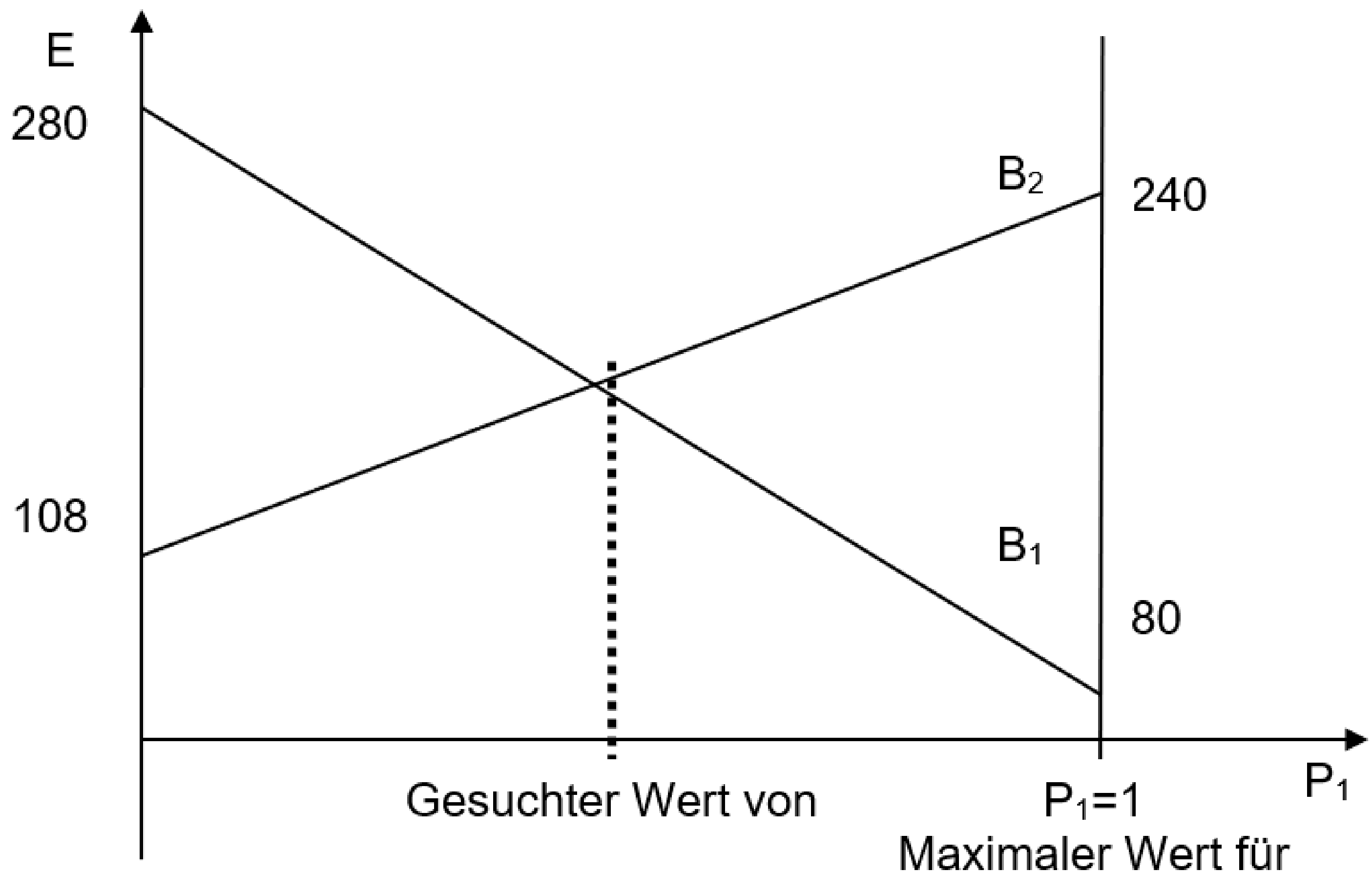
Durch ersetzen von p2 durch (1-p1) erhält man folgende umgeformte Gleichungen:

$E\ (B1) = p1 \cdot 80 + (1\text{-}p1) \cdot 280 = 80p1 + 280 - 280p1 = 280 - 200p1$

$E\ (B2) = p1 \cdot 240 + (1\text{-}p1) \cdot 108 = 240p1 + 108 - 108p1 = 108 + 132p1$

Aufgabe 4)

Die Sensitivitätsanalyse sähe dann folgendermaßen aus:



Aufgabe 4)

Zur Berechnung des exakten Wertes von p1 die Geradengleichungen gleichsetzen:

E (B1) = E(B2)

280 - 200p1 = 108 + 132p1 → p1 = 0,5181

D. h. wenn 0 < p1 < 0,5181 → Betrieb 1 wird weitergeführt und Betrieb 2 geschlossen.

Wenn 0,5181 < p1 < 1 → Betrieb 2 wird weitergeführt und Betrieb 1 geschlossen.

Im Punkt p1 = 0,5181 ist der Entscheider indifferent.

Aufgabe 5)

Gegeben seien die Lotterien a = (80 €, 0.5; 20 €, 0.5) und
b = (160 €, 0.4; -60 €, 0.6).

a) Stellen Sie die Lotterien in Baumstruktur dar!

Aufgabe 5b)

Stellen Sie die zweistufige Baumstruktur der zusammengesetzten Lotterie **0,75a + 0,25b** dar!

a = (80 €, 0.5; 20 €, 0.5); b = (160 €, 0.4; -60 €, 0.6).

Aufgabe 5c)

Ermitteln Sie die einstufige (zusammengesetzte) Baumstruktur zu b)!,

Wahrscheinlichkeiten ausmultiplizieren:

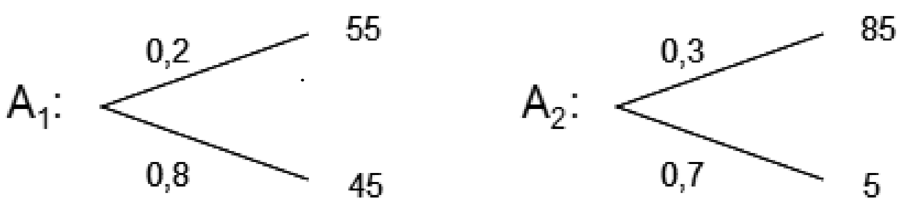
Aufgabe 6)

Erwin Lottermann hat die Nutzenfunktion: $u(z) = 0{,}7 \ln(z)$.

Ihm werden die Lotterien A1, die mit einer Wahrscheinlichkeit von 20% einen Gewinn von $z_{11} = 55$ und mit der Gegenwahrscheinlichkeit einen Gewinn von $z_{12} = 45$ verspricht, und A2, die mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 % einen Gewinn von $z_{21} = 85$ und mit der Gegenwahrscheinlichkeit einen Gewinn von $z_{22} = 5$ verspricht, angeboten.

Aufgabe 6a)

Welche Lotterie wählt Herr Lottermann, wenn er nach seinen Präferenzen handelt? *(evtl. Rundungen bitte auf zwei Stellen nach dem Komma)*



u(z) = 0,7 ln z

Entscheidungsregel: Wähle Lotterie mit dem höchsten Erwartungsnutzen

EU(A1) = 0,2 (0,7 ln55) + 0,8 (0,7 ln45) = 0,56 + 2,13 = 2,69

EU(A2) = 0,3 (0,7 ln85) + 0,7 (0,7 ln5) = 0,93 + 0,79 = 1,72

→ Entscheidung für Lotterie A1, (da risikoavers, beide Zahlungen nah beieinander → weniger Risiko, geringere Streuung).

Aufgabe 6b)

Wie hoch müsste die Eintrittswahrscheinlichkeit von z21 mindestens sein, damit Herr Lottermann sich für Lotterie A2 entscheidet?

$$EU(A2) = p1\ (0{,}7\ \ln 85) + (1\text{-}p1)\ (0{,}7\ \ln 5) = 2{,}69$$

$$p1 \cdot 3{,}1099 + 1{,}1266 - 1{,}1266\ p1 = 2{,}69$$

$$p1 \cdot 1{,}9833 = 1{,}5633$$

$$p1 = 0{,}7883$$

→ Die Eintrittswahrscheinlichkeit müsste genau 78,83% betragen, sodass er indifferent zwischen beiden Lotterien ist und mehr als 78,83% betragen, sodass er sich für A2 entscheidet.

PERSONAL+ORGANISATION