

Determinante: kurz nachgedacht 1

Für $a, b, c \in \mathbb{R}$ sei

$$A_{a,b,c} = \begin{pmatrix} a & 1 & b & 2 \\ 0 & 0 & c & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie alle $a, b, c \in \mathbb{R}$, so dass $\det(A_{a,b,c}) = 0$

Lösung:

Wir entwickeln die Determinante nach Laplace und wählen (geschickt) eine der Spalten bzw. Zeilen, die zwei 0-Einträge besitzt.

Hier wird nach der ersten Spalte entwickelt und anschließend die Regel von Sarrus verwendet.

$$\begin{aligned} \det(A_{a,b,c}) &= (-1)^{1+1} \cdot a \cdot \det \begin{pmatrix} 0 & c & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} + (-1)^{3+1} \cdot 1 \cdot \det \begin{pmatrix} 1 & b & 2 \\ 0 & c & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ &= a \cdot (3 - c) + (c - 3) \\ &= (3 - c)(a - 1) \end{aligned}$$

$$\det(A_{a,b,c}) = 0 \Leftrightarrow (3 - c)(a - 1) = 0 \Leftrightarrow c = 3 \vee a = 1.$$