

## Lineares Gleichungssystem: kurz nachgedacht 2

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des nachfolgenden Linearen Gleichungssystems!

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 0 \\4x_1 + 5x_2 + 6x_3 &= 1 \\7x_1 + 8x_2 + 9x_3 &= 3\end{aligned}$$

### Lösung:

Wir bringen das Lineare Gleichungssystem mittels des Gaußschen Eliminationsverfahrens auf Zeilen-Stufen-Form.

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 1 \\ 7 & 8 & 9 & 3 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} Z_1 \rightarrow Z_1 \\ Z_2 - 4Z_1 \rightarrow Z_2 \\ Z_3 - 7Z_1 \rightarrow Z_3 \end{array}$$

$$\rightsquigarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & -6 & 1 \\ 0 & -6 & -12 & 3 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} Z_1 \rightarrow Z_1 \\ -\frac{1}{3} \cdot Z_2 \rightarrow Z_2 \\ -\frac{1}{6} \cdot Z_3 \rightarrow Z_3 \end{array}$$

$$\rightsquigarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{1}{2} \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} Z_1 \rightarrow Z_1 \\ Z_2 \rightarrow Z_2 \\ Z_3 - Z_2 \rightarrow Z_3 \end{array}$$

$$\rightsquigarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{6} \end{array} \right)$$

Aus der letzten Zeile ist ersichtlich, dass das Lineare Gleichungssystem keine Lösung besitzt.

$$\mathbb{L} = \{ \}$$