

## Lineares Gleichungssystem: kurz nachgedacht 1

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des nachfolgenden Linearen Gleichungssystems!

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= 9 \\x_1 + 2x_2 + 5x_3 &= 15 \\x_1 + 3x_2 + 8x_3 &= 23\end{aligned}$$

### Lösung:

Wir bringen das Lineare Gleichungssystem mittels des Gaußschen Eliminationsverfahrens auf Zeilen-Stufen-Form.

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 1 & 2 & 5 & 15 \\ 1 & 3 & 8 & 23 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} Z_1 \rightarrow Z_1 \\ Z_2 - Z_1 \rightarrow Z_2 \\ Z_3 - Z_1 \rightarrow Z_3 \end{array}$$

$$\rightsquigarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 7 & 14 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} Z_1 \rightarrow Z_1 \\ Z_2 \rightarrow Z_2 \\ Z_3 - 2Z_2 \rightarrow Z_3 \end{array}$$

$$\rightsquigarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{array} \right)$$

Hieraus ist ersichtlich, dass das Lineare Gleichungssystem genau eine Lösung besitzt.

$$x_3 = -2$$

$$x_2 = 6 - 4x_3 = 6 - 4(-2) = 14$$

$$x_1 = 9 - x_2 - x_3 = 9 - 14 - (-2) = -3$$

$$\mathbb{L} = \left\{ \left( \begin{array}{c} -3 \\ 14 \\ -2 \end{array} \right) \right\}$$