

## 10. Übungsblatt zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen (Winter 2019/20)

### Aufgabe 1 – Leichte Kanten und Schnitte

Sei  $G = (V, E)$  ein Graph mit Kantengewichtsfunktion  $w : E \rightarrow \mathbb{R}^+$ . Sei weiter  $T = (V, E_T)$  ein minimaler Spannbaum von  $G$  bezüglich  $w$ . Zeigen Sie: für jede Kante  $\{u, v\} \in E_T$  gibt es einen Schnitt, für den  $\{u, v\}$  *leicht* ist. **4 Punkte**

### Aufgabe 2 – Mikrowellen-Pizza

Sie möchten sich in einer Mikrowelle eine Pizza für  $x$  Sekunden aufwärmen. An der Mikrowelle befinden sich mehrere Tasten, mit denen Sie die Zeit wie folgt einstellen können: Durch das Drücken einer Taste wird die Zeit, die auf der Taste (in ganzen Sekunden) steht, auf die aktuell eingestellte Aufwärmzeit aufaddiert. Zu Beginn sind 0 Sekunden eingestellt.

Nachdem Sie die gewünschte Zeit eingestellt haben, startet der Druck auf die Start-Taste den Aufwärmvorgang. Ab dann kann die Zeit nicht mehr verändert werden.

a) Die Mikrowelle besitzt vier Tasten mit folgenden Zeiten: 1, 5, 10 und 25 Sekunden.

Geben Sie einen effizienten Greedy-Algorithmus an, der für eine Zeit  $x \in \mathbb{N}$  (in Sekunden) die kürzeste Sequenz an Tastendruckungen bestimmt, die nötig ist um die Zeit  $x$  in der Mikrowelle einzustellen.

Die Sequenz soll als eine Liste ausgegeben werden, wobei die Tasten anhand ihrer Zeit identifiziert werden.

Begründen Sie, dass Ihr Algorithmus korrekt ist.

**4 Punkte**

b) Leider gibt es Mikrowellen mit anderen Tasten, bei denen der Greedy-Ansatz fehlschlägt. Geben Sie eine Mikrowelle an, bei der ein Greedy-Algorithmus eine (korrekte) Tastendruck-Sequenz zurückliefert, die nicht minimal lang ist. Die Tasten sollen ausschließlich positive Sekundenzahlen beschreiben und die Starteinstellung soll ebenfalls 0 Sekunden sein. **2 Punkte**

- c) Sie haben sich eine neue Mikrowelle gekauft, auf der nur Aufwärmzeiten von 0 Sekunden bis zu einer Stunde (3600 Sekunden) eingestellt werden können. Eine weitere Besonderheit Ihrer neuen Mikrowelle ist, dass sie auch Tasten mit negativen Zeiten enthält.

Würde ein Tastendruck zu einer Zeit führen, die größer als eine Stunde wäre, dann stellt die Mikrowelle die Aufwärmzeit automatisch auf eine Stunde ein. Würde ein Tastendruck zu einer Zeit führen, die negativ wäre, dann stellt die Mikrowelle die Aufwärmzeit automatisch auf 0 Sekunden ein.

Damit lassen sich Aufwärmzeiten mit potentiell noch weniger Tastendruckeinstellen, jedoch funktioniert ihr Greedy-Algorithmus aus Teilaufgabe a) leider nicht mehr. Geben Sie deshalb einen neuen Algorithmus an, der für eine gegebene Mikrowelle und eine gewünschte Aufwärmzeit  $x$  eine kürzeste Tastendruck-Sequenz zurückliefert, die nötig ist um  $x$  einzustellen. Die Mikrowelle wird hierbei abstrakt als eine Liste der Zeiten ihrer Zeit-Tasten übergeben.

*Hinweis:* Ihre Mikrowelle enthält sicher eine 1-Sekunde-Taste.

**5 Punkte**

### **Aufgabe 3 – Faire Geschenke**

Sie sind Mutter/Vater von Zwillingen, deren Geburtstag naht. Sie haben eine Menge an  $n$  Geschenken gekauft und möchten diese nun fair verteilen. Dabei hat jedes Geschenk  $i$  einen bestimmten ganzzahligen positiven Wert  $w_i$ . Alle Geschenke zusammen addieren sich zum dem Wert  $W$ . Wir nehmen an, dass dieser gerade ist. Die Aufteilung der Geschenke ist genau dann fair, wenn jeder Zwilling insgesamt den gleichen Wert an Geschenken erhält.

Geben Sie einen Algorithmus an, der in Zeit  $O(n \cdot W)$  feststellt, ob eine faire Aufteilung aller Geschenke möglich ist.

**5 Punkte**

---

Bitte werfen Sie Ihre Lösungen bis **Donnerstag, 30. Januar 2020, 13:00 Uhr** in den Vorlesungs-Briefkasten im Informatik-Gebäude. Geben Sie stets die Namen und Übungsgruppen aller BearbeiterInnen sowie die Übungsgruppe, in der das Blatt zurückgegeben werden soll, an.

Grundsätzlich sind stets alle Ihrer Aussagen zu begründen und Ihr Pseudocode ist stets zu kommentieren.

Die Lösungen zu den mit PABS gekennzeichneten Aufgaben, geben Sie bitte nur über das PABS-System ab. Vermerken Sie auf Ihrem Übungsblatt, in welchem Repository (sXXXXXX-Nummer) die Abgabe zu finden ist. Geben Sie Ihre Namen hier als Kommentare in den Quelltextdateien an.