Lehrstuhl für Informatik I
Algorithmen, Komplexität und wissensbasierte Systeme
Universität Würzburg

Würzburg, den 28. November 2019

Prof. Dr. Alexander Wolff
Andre Löffler, M. Sc.

6. Übungsblatt zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen (Winter 2019/20)

Aufgabe 1 – Hashing

Die Schlüssel $44, 12, 23, 88, 71, 11, 94, 39, 20, 5$ und 16 sollen in dieser Reihenfolge nacheinander in eine Hashtabelle $T[0..15]$ eingefügt werden. Dabei können verschiedene Verfahren eingesetzt werden, um Kollisionen aufzulösen.

a) Zeichnen Sie für jedes der folgenden Verfahren die resultierende Hashtabelle.

1. Kollisionen werden durch Verkettung aufgelöst;
die Hashfunktion ist $h(k) = (3k + 7) \bmod 16$.
2. Kollisionen werden durch lineares Sondieren aufgelöst;
die Hashfunktion ist $h(k, i) = (h_0(k) + i) \bmod 16$
mit $h_0(k) = (3k + 7) \bmod 16$.
3. Kollisionen werden durch quadratisches Sondieren aufgelöst;
die Hashfunktion ist $h(k, i) = (h_0(k) + c_1 i + c_2 i^2) \bmod 16$
mit $c_1 = \frac{1}{2}$, $c_2 = \frac{1}{2}$ und $h_0(k) = (3k + 7) \bmod 16$.
4. Kollisionen werden durch doppeltes Hashing aufgelöst;
die Hashfunktionen ist $h(k, i) = (h_1(k) + i h_2(k)) \bmod 16$
mit $h_1(k) = (3k + 7) \bmod 16$ und $h_2(k) = 7 - 2(k \bmod 4)$.

Bei den Verfahren 2. bis 4. durchläuft i die Werte $0, \ldots, 15$.

Geben Sie bei jedem Verfahren (außer bei 1.) und für jeden Schlüssel an, wie viele Zellen Sie testen mussten, bevor Sie eine freie Zelle gefunden haben. Geben Sie für jedes Verfahren auch die Gesamtzahl der erfolglosen Tests an. **6 Punkte**

b) Welches Problem tritt beim doppelten Hashing auf, wenn die Hashfunktion
$h(k, i) = (h_1(k) + i h_2(k)) \bmod 16$
mit $h_1(k) = (3k + 7) \bmod 16$ und $h_2(k) = 8 - (k \bmod 8)$ verwendet wird?

Beim quadratischen Sondieren können durch ungeschickte Wahl der Parameter c_1 und c_2 ähnliche Probleme auftreten. Geben Sie ein Beispiel mit $c_1, c_2 \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ an.
2 Punkte

Aufgabe 2 – MinHeaps

Gegeben sei eine Menge $S \subseteq \mathbb{Z}$ von n Zahlen und eine Zahl $z \in \mathbb{Z}$. Ein Algorithmus soll alle Zahlen in S ausgeben, die echt kleiner als z sind.

a) Zeigen Sie: jeder Algorithmus für dieses Problem braucht im Worst-Case $\Omega(n)$ Zeit. **2 Punkte**

b) Geben Sie in Pseudocode einen Algorithmus an, der dieses Problem auf einem MinHeap S löst. Der Algorithmus soll echt schneller als linear in n sein, wenn die Mächtigkeit k der Ergebnismenge klein ist (das heißt $k \in o(n)$). Am Ende soll S immer noch ein MinHeap sein, der die gleichen Elemente wie am Anfang enthält. Hierfür können 3 Punkte erreicht werden. Es gibt den 4. Punkt, wenn die Laufzeit nicht von n, sondern nur von k abhängt. **4 Punkte**

c) Geben Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus aus Aufgabenteil b) in Abhängigkeit von n und k an. Begründen Sie Ihre Antwort. **2 Punkte**

Aufgabe 3 – Tödlicher Bocksbeutel

Vor langer Zeit lebte in Franken ein guter König, der in seinem Weinkeller tausend Bocksbeutel kostbaren Weines verwahrte. Eines Tages ertappten seine Wachen einen (bayerischen) Agenten, der gerade dabei war des Königs Wein zu vergiften. Zwar wusste man, dass der Agent es nur geschafft hatte eine einzige Flasche zu präparieren, allerdings war es ihm im Handgemenge bei seiner Festnahme gelungen, die Flasche zu den anderen zu stellen, so dass niemand wusste, welcher Bocksbeutel vergiftet war. Das Gift war tödlich; schon ein Tropfen des vergifteten Weines führte unweigerlich zum Tod. Dabei wirkte das Gift sehr langsam, nach einem Monat erlag man an seinen Folgen.

Da der König seinen Wein sehr liebte, wollte er das Ergebnis innerhalb eines Monats kennen. Leider stehen ihm dafür nur zehn mutige Vorkoster zur Verfügung. Zeigen Sie dem König, dass diese zehn Vorkoster ausreichen. **4 Punkte**

Aufgabe 4 – Fakultätseigene Weihnachtsfeier

Durch das gewissenhafte Bearbeiten dieser Aufgabe erhalten Sie Bonuspunkte in den Bereichen „*Festliche Stimmung*“ und „*Soziale Beziehungen*“.

a) Besuchen Sie das Weihnachtskolloquium.

Am Montag, **16.12.2019** um **17:00 Uhr** spricht im **Turing - Hörsaal**
Prof. Dr. Harald Wehnes über
"*Over the fence: Projekte und Projektmanagement in anderen Ländern und Kulturen*".

b) Trinken Sie – direkt im Anschluss an und unter Einbeziehung der Ergebnisse aus Teilaufgabe a) – mindestens ein kostenloses **Heißgetränk** Ihrer Wahl im **Foyer des Informatikgebäudes**.

c) Erlangen Sie den diesjährigen **Weihnachtsschein**. Dazu ist es erforderlich, knifflige Aufgaben zu lösen, die an der Weihnachtsfeier ausgegeben werden.

Hinweis: Die Betreuung dieser Aufgabe obliegt der ***Fachschaft Mathe/Info*** *(kurz FMI). Sollten beim Bearbeiten dieser Aufgabe Fragen oder Probleme aufkommen, wenden Sie Sich vertrauensvoll an die dortigen MitarbeiterInnen.*

Bitte werfen Sie Ihre Lösungen bis **Donnerstag, 5. Dezember 2019, 13:00 Uhr** in den Vorlesungs-Briefkasten im Informatik-Gebäude. Geben Sie stets die Namen und Übungsgruppen aller BearbeiterInnen sowie die Übungsgruppe, in der das Blatt zurückgegeben werden soll, an.

Grundsätzlich sind stets alle Ihrer Aussagen zu begründen und Ihr Pseudocode ist stets zu kommentieren.

Die Lösungen zu den mit $\boxed{\text{PABS}}$ gekennzeichneten Aufgaben, geben Sie bitte nur über das PABS-System ab. Vermerken Sie auf Ihrem Übungsblatt, in welchem Repository (*sXXXXXX*-Nummer) die Abgabe zu finden ist. Geben Sie Ihre Namen hier als Kommentare in den Quelltextdateien an.