

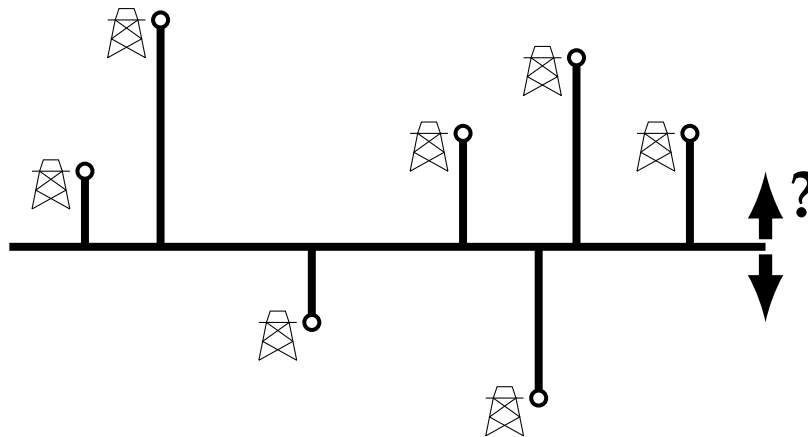
5. Übungsblatt zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen (Winter 2018/19)

Aufgabe 1 – Pipelines

Jett Rink möchte eine Pipeline in Ost-West-Richtung bauen, an die er seine Ölquellen möglichst kostengünstig anschließen kann. Jede Ölquelle soll über eine Zuleitung, die in Nord-Süd-Richtung verlaufen soll, an die Pipeline angeschlossen werden. Jett Rink fragt sich, wo die billigste Ost-West-Pipeline verläuft, also die, bei der die Gesamtlänge aller Zuleitungen minimiert wird.

Geben Sie einen Algorithmus mit Laufzeit in $O(n)$ an, der für eine Menge von n Ölquellen $\{(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)\}$ die y -Koordinate einer billigsten Ost-West-Pipeline zurückgibt. Begründen Sie, warum der Algorithmus korrekt ist.

Hinweis: Sie dürfen davon ausgehen, dass die x -Koordinaten aller Ölquellen paarweise verschieden sind. **4 Punkte**



Aufgabe 2 – Sortieren in Linearzeit

Geben Sie in kommentiertem Pseudocode einen Algorithmus an, der ein Eingabefeld A der Länge n mit Wertebereich $\{1, \dots, n^2 - 1\}$ in $O(n)$ Zeit sortiert! **4 Punkte**

Tipp: Verwenden Sie Methoden aus der Vorlesung. Wandeln Sie jedoch zunächst die Zahlen in eine geeignete Darstellung um.

Aufgabe 3 – Schlange-2-Stapel

- a) Wie lässt sich eine Schlange durch die Verwendung von zwei Stapeln implementieren?

Welche asymptotischen Worst-Case-Laufzeiten haben die Methoden Enqueue und Dequeue in Ihrer Implementierung? **2 Punkte**

- b) Wie lässt sich ein Stapel durch die Verwendung von zwei Schlangen implementieren?

Welche asymptotischen Worst-Case-Laufzeiten haben die Methoden Push, Pop und Top in Ihrer Implementierung? **2 Punkte**

Aufgabe 4 – Probabilistische Laufzeiten

Gegeben sei folgender Algorithmus:

Algo1(int[] A):

n = A.length

for i = 1 to n do

 rnd = eine generierte Zahl zwischen 1 (inklusive) und n (inklusive)

 if rnd ≤ i then

 for j = i to n do

 print A[j]

- a) Gebe der Zufallsgenerator (Zeile 2) stets n zurück. Wie viele Zahlen werden ausgegeben? **1 Punkt**

- b) Gebe der Zufallsgenerator (Zeile 2) stets 1 zurück. Wie viele Zahlen werden ausgegeben? **1 Punkt**

- c) Im Folgenden gebe der Zufallsgenerator jede Zahl zwischen 1 und n mit gleicher Wahrscheinlichkeit zurück. Definieren Sie eine Indikatorzufallsvariable X_i , die beschreibt ob in Iteration i die Zeile 4 ausgeführt wird. Berechnen Sie außerdem $E[X_i]$. **2 Punkte**

- d) Ermitteln Sie nun, wie viele Zahlen X der Algorithmus erwartet ausgibt. **2 Punkte**

- e) Geben Sie, basierend auf der vorherigen Teilaufgabe, die erwartete Laufzeit des Algorithmus in Θ -Notation an. Vergleichen Sie sie mit der Worst-Case- und der Best-Case-Laufzeit des Algorithmus. **2 Punkte**

Bitte werfen Sie Ihre Lösungen bis **Donnerstag, 28. November 2019, 13:00 Uhr** in den Vorlesungs-Briefkasten im Informatik-Gebäude. Geben Sie stets die Namen und Übungsgruppen aller BearbeiterInnen sowie die Übungsgruppe, in der das Blatt zurückgegeben werden soll, an.

Grundsätzlich sind stets alle Ihrer Aussagen zu begründen und Ihr Pseudocode ist stets zu kommentieren.

Die Lösungen zu den mit PABS gekennzeichneten Aufgaben, geben Sie bitte nur über das PABS-System ab. Vermerken Sie auf Ihrem Übungsblatt, in welchem Repository (sXXXXXX-Nummer) die Abgabe zu finden ist. Geben Sie Ihre Namen hier als Kommentare in den Quelltextdateien an.