
vhb - Kurs: Grundlagen der elementaren Zahlentheorie

III.1. Elementare Teilbarkeitslehre - Exkurse: Teilbarkeit im Alltag

Teilbarkeit ist ein sehr fruchtbares Konzept der Zahlentheorie. Beispielsweise haben wir die Teilbarkeit durch die Zahl 2 über die Einteilung der ganzen Zahlen in *gerade* und *ungerade* gewinnbringend im Beweis über die Irrationalität von $\sqrt{2}$ eingebracht.

Im Folgenden sind nochmal die wichtigsten Teilbarkeitsregeln aufgelistet:

- 2 : Eine Zahl ist durch 2 teilbar, wenn die letzte Ziffer gerade ist.
- 3 : Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.
- 4 : Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn die letzten beiden Ziffern der Zahl eine durch 4 teilbare Zahl ergeben.
- 5 : Eine Zahl ist durch 5 teilbar, wenn die letzte Ziffer eine 0 oder 5 ist.
- 9 : Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.
- 10: Eine Zahl ist durch 10 teilbar, wenn ihre letzte Ziffer eine 0 ist.
- 11: Eine Zahl ist durch 11 teilbar, wenn ihre alternierende Quersumme durch 11 teilbar ist.

Tatsächlich sind dies jeweils sogar äquivalente Bedingungen. Diese Liste kann noch durch etliche Teilbarkeitsregeln ergänzt werden. Außerdem kann man sich dank der eindeutigen Primfaktorzerlegung weitere Teilbarkeitsregeln mit den bereits Bekannten problemlos herleiten. Beispielsweise ist eine Zahl durch 6 teilbar, wenn sie durch 2 und 3 teilbar ist.



Im Alltag treten manche Zahlen häufiger auf als andere: Ein Tag hat 24 Stunden, eine Stunde hat 60 Minuten und eine Minute 60 Sekunden, ein Kreis misst 360 Grad, ein Dutzend besteht aus 12 Einheiten, die Uhr hat 12 Ziffern und das Jahr 12 Monate,... Diese Zahlen haben alle gemeinsam, dass sie alle Vielfache von 12 sind.

Im folgenden setzten wir Zahlen ins Verhältnis mit ihren Teilern, beispielsweise hat die 1 nur sich selbst als Teiler, während die 4 durch 1,2 und sich selbst teilbar ist:

Zahl	1	2	3	4	5	6	7	8	9	12	24	60	360
Anzahl der Teiler	1	2	2	3	2	4	2	4	3	6	8	12	24

Die oben angegebenen Zahlen zeichnen sich dadurch aus, dass sie mehr Teiler besitzen als jede vorangegangene Zahl, d.h. beispielsweise ist die 12 die kleinste Zahl mit 6 Teilern. Zahlen mit vielen Teilern erweisen sich als sehr praktisch, wenn man mit ihnen rechnen muss. Vielleicht hat deshalb ein Tag 24 Stunden und eine Stunde 60 Minuten...

Andererseits tauchen auch sehr oft gerade die Zahlen mit zwei Teilern – also Primzahlen – auf. Beispielsweise gibt es eine Insektenart in Nordamerika, die sich nur alle 13 oder 17 Jahre paart. Sicherlich ist es kein Zufall, dass diese beiden Zahlen Primzahlen sind. Biologen meinen, dass dies auf die Evolution zurückzuführen ist als Schutz vor Überschneidungen mit Zyklen von Fressfeinden.