
vhb - Kurs: Grundlagen der elementaren Zahlentheorie

III.4. Rechnen mit Restklassen - Beispiel: ISBN-Nummern

Ein weiteres Beispiel für Anwendungen der Restklassenarithmetik liefert die dreizehnstellige *Internationale Standard-Buchnummer* ISBN-Nummer. Seit Anfang 2007 wird sie jedem Buch zugeordnet (vormals war es ein zehnzipfriger ISBN-Code), der mit den ersten zwölf Ziffern wichtige Informationen über den Sprachraum, den Verlag und die Titelnnummer bereitstellt; dabei werden die Zahlen $0, 1, 2, 3, \dots, 9$ für die Ziffern verwendet. Die letzte Ziffer ist eine *Prüfziffer*. Bezeichnet a_j die j -te Ziffer, so berechnet sich die Prüfziffer gemäß

$$a_{13} \equiv -(a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + a_{11} + 3(a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} + a_{12})) \pmod{10}.$$

Liest etwa ein Preisscanner den ISBN-Code falsch, macht sich dies *womöglich* durch eben diese Prüfziffer bemerkbar: Nach Konstruktion ist die gewichtete Quersumme der Ziffern

$$\sum_{\substack{1 \leq j \leq 13 \\ 2 \nmid j}} a_j + \sum_{\substack{1 \leq j \leq 13 \\ 2 \mid j}} 3a_j \equiv 0 \pmod{13}.$$

Weicht jedoch die vom Scanner gelesene Zahl hiervon ab, muss also ein Fehler vorliegen – ISBN erkennt ist also ein 'Fehler erkennender Code'. Ganz ähnlich besitzt auch jede Kreditkarte oder gar die Matrikelnummer eine Prüfziffer, die bei Verletzung einer analogen Kongruenz einen Fehler meldet.