Julius-Maximilians-
UNIVERSITÄT
WÜRZBURG

Lehrstuhl für
INFORMATIK I
Algorithmen & Komplexität

Institut für Informatik

Algorithmen und Datenstrukturen

Wintersemester 2022/23

11. Vorlesung

Elementare Datenstrukturen: Stapel + Schlange + Liste

Prof. Dr. Alexander Wolff

Lehrstuhl für Informatik I

Zur Erinnerung

Datenstruktur:

Konzept, mit dem man Daten speichert und anordnet, so dass man sie schnell finden und ändern kann.

Abstrakter Datentyp

beschreibt die „Schnittstelle“ einer Datenstruktur – welche Operationen werden unterstützt?

Implementierung

wie wird die gewünschte Funktionalität realisiert:
– wie sind die Daten gespeichert (Feld, Liste, ...)?
– welche Algorithmen implementieren die Operationen?

Beispiel

Prioritätsschlange:

verwaltet Elemente einer Menge M, wobei jedes Element $x \in M$ eine Priorität $x.key$ hat.

Abstrakter Datentyp

stellt folgende Operationen bereit:

$O(1)$ Insert, FindMax, ExtractMax, IncreaseKey $O(n)$

Implementierung 1

- Daten werden in einem Feld (oder Liste) gespeichert
- neue Elemente werden hinten angehängt (unsortiert)
- Maximum wird immer aufrechterhalten

Beispiel

Prioritätsschlange:

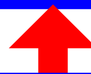
verwaltet Elemente einer Menge M, wobei jedes Element $x \in M$ eine Priorität $x.key$ hat.

Abstrakter Datentyp

stellt folgende Operationen bereit:
Insert, FindMax, ExtractMax, IncreaseKey

$O(\log n)$

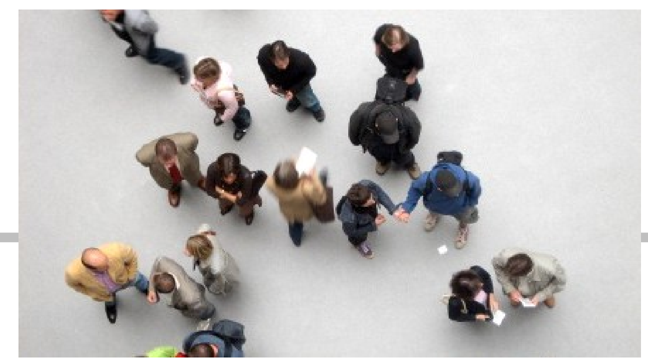
$O(1)$



Implementierung 2

- Daten werden in einem Heap gespeichert
- neue Elemente werden angehängt und raufgereicht
- Maximum steht immer in der Wurzel des Heaps

Teil III [CLRS]

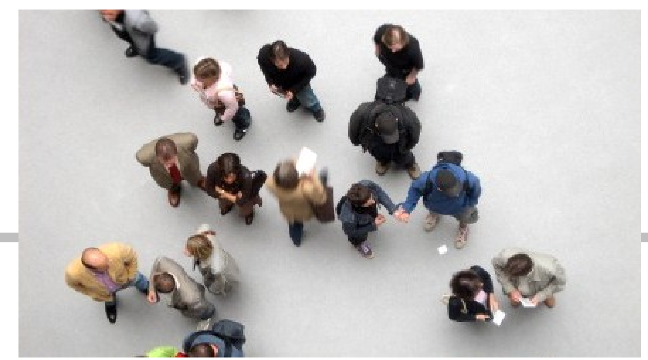


Dynamische Menge:

verwaltet Elemente einer sich ändernden Menge M

Abstrakter Datentyp	*Funktionalität*
ptr Insert(key k, info i)	• lege neuen Datensatz (k, i) an • $M = M \cup \{(k, i)\}$ • gib Zeiger auf (k, i) zurück

Teil III [CLRS]

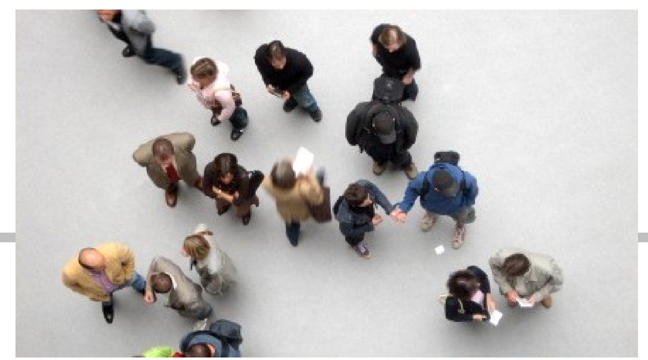


Dynamische Menge:

verwaltet Elemente einer sich ändernden Menge M

Abstrakter Datentyp	*Funktionalität*
ptr Insert(key k, info i)	
Delete(ptr x)	• $M = M \setminus \{(x.key, x.info)\}$

Teil III [CLRS]

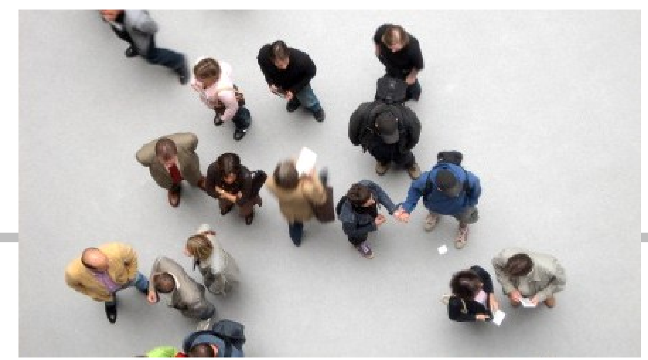


Dynamische Menge:

verwaltet Elemente einer sich ändernden Menge M

Abstrakter Datentyp	*Funktionalität*
ptr Insert(key k, info i)	
Delete(ptr x)	
ptr Search(key k)	• falls vorhanden, gib Zeiger p mit $p.key = k$ zurück • sonst gib Zeiger nil zurück

Teil III [CLRS]

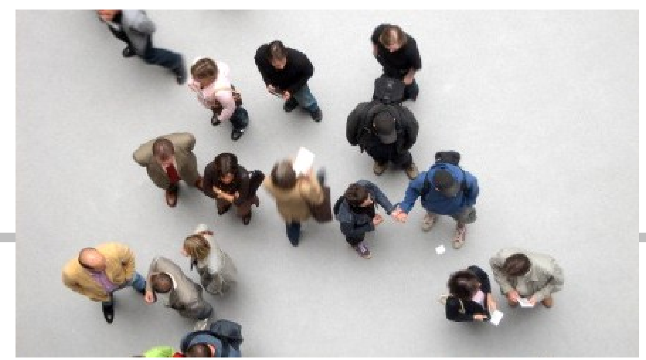


Dynamische Menge:

verwaltet Elemente einer sich ändernden Menge M

Abstrakter Datentyp	*Funktionalität*
ptr Insert(key k, info i)	
Delete(ptr x)	
ptr Search(key k)	
ptr Minimum()	• sei $M' = \{(k,i) \in M \mid k < x.key\}$
ptr Maximum()	• falls $M' = \emptyset$, gib nil zurück,
ptr Predecessor(ptr x)	• sonst gib Zeiger auf $(k^\star, i^\star)$ zurück, wobei $k^\star = \max_{(k,i) \in M'} k$
ptr Successor(ptr x)	

Teil III [CLRS]



Dynamische Menge:

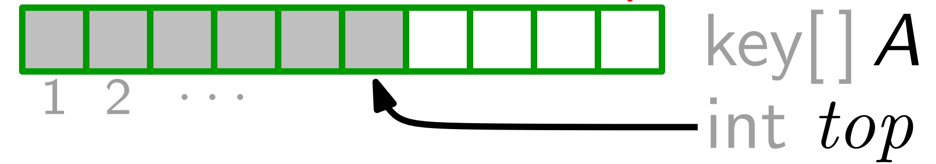
verwaltet Elemente einer sich ändernden Menge M

Abstrakter Datentyp	*Funktionalität*	
ptr Insert(key k, info i)	Änderungen	**Wörterbuch**
Delete(ptr x)		
ptr Search(key k)	Anfragen	
ptr Minimum()		
ptr Maximum()		
ptr Predecessor(ptr x)		
ptr Successor(ptr x)		

Implementierung: je nachdem... Drei Beispiele!

I. Stapel

verwaltet sich ändernde Menge nach *LIFO-Prinzip*

Abstr. Datentyp	Implementierung
	
boolean Empty()	**if** $top == 0$ **then return** *true* **else return** *false*
Push(key k)	$top = top + 1$ $A[top] = k$
key Pop()	**if** Empty() **then error** „underflow“ **else** $top = top - 1$ **return** $A[top + 1]$
key Top()	**if** Empty() **then** ... **else return** $A[top]$

I. Stapel

verwaltet sich ändernde Menge nach *LIFO-Prinzip*

Abstr. Datentyp	**Implementierung**	
Stack(int n)	A = **new*** key[1..n] $top = 0$	key[] A int top
boolean Empty()	**if** $top == 0$ **then return** *true* **else return** *false*	
Push(key k)	$top = top + 1$ $A[top] = k$ { **if** $top > A.length$ **then** **error** „overflow“	
key Pop()	**if** Empty() **then error** „underflow“ **else** $top = top - 1$ **return** $A[top + 1]$	
key Top()	**if** Empty() **then** ... **else return** $A[top]$	

Laufzeiten?
Alle* $O(1)$,
d.h. konstant.

I. Stapel

verwaltet sich ändernde Menge nach *LIFO-Prinzip*

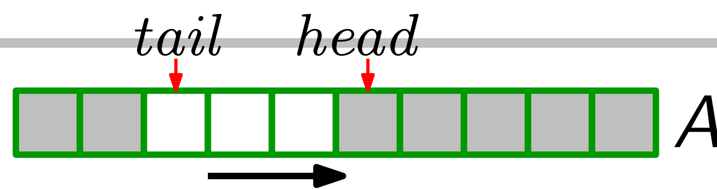
Abstr. Datentyp	**Implementierung**
Stack(int n)	*Konstruktor* — *Attribute*: key[] A, int top
boolean Empty()	*Methoden*
Push(key k)	
key Pop()	
key Top()	

Aufgabe:
Fertigen Sie ein UML-Diagramm für die Klasse *Stack* an!

Stack
−top: int −A: key[]
+Empty(): boolean +Push(key) ...

Attribute (−top: int, −A: key[])
Methoden (+Empty(): boolean, +Push(key), ...)

II. Schlange



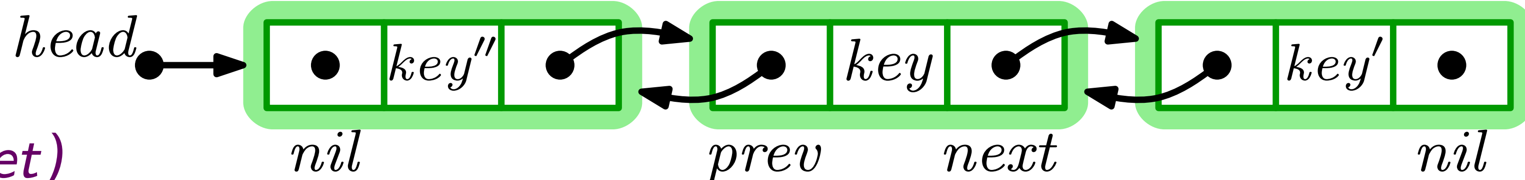
verwaltet sich ändernde Menge nach *FIFO-Prinzip*

Abs. Datentyp	**Implementierung**	
Queue(int n)	$A =$ **new*** key$[1..n]$ $tail = head = 1$	key[] A int $tail$ int $head$
Aufgabe: Fangen Sie underflow & overflow ab!		
boolean Empty()	**if** $head == tail$ **then return** *true* **else return** *false*	
Enqueue(key k) *stell neues Element an den Schwanz der Schlange an*	$A[tail] = k$ **if** $tail == A.length$ **then** $tail = 1$ **else** $tail = tail + 1$	
key Dequeue() *entnimm Element am Kopf der Schlange*	$k = A[head]$ **if** $head == A.length$ **then** $head = 1$ **else** $head = head + 1$ **return** k	

Laufzeiten?
Alle* $O(1)$.

III. Liste

(doppelt verkettet)

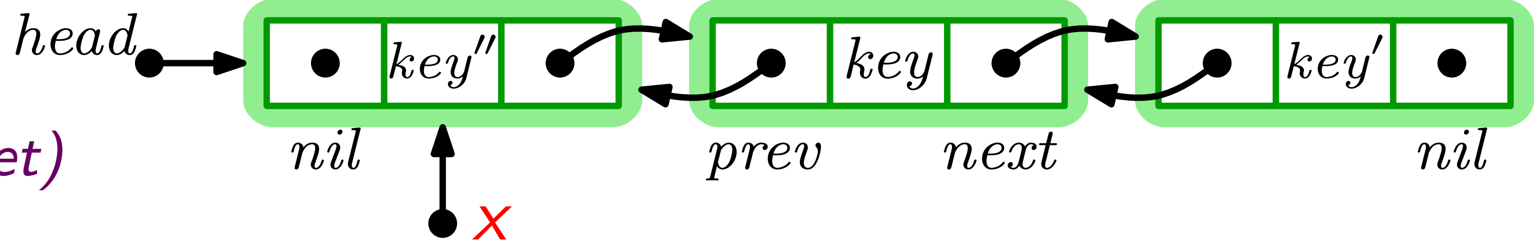


<table>
<tr><th>Abs. Datentyp</th><th colspan="2">Implementierung</th></tr>
<tr><td>List()</td><td>$head = nil$</td><td>Item
key key
ptr $prev$
ptr $next$

ptr $head$</td></tr>
<tr><td>ptr Search(key k)</td><td colspan="2">$x = head$
while $x \neq nil$ and $x.key \neq k$ do
∟ $x = x.next$
return x</td></tr>
<tr><td>ptr Insert(key k)</td><td colspan="2">$x =$ new Item()
$x.key = k$; $x.prev = nil$; $x.next = head$
if $head \neq nil$ then $head.prev = x$
$head = x$; return x</td></tr>
</table>

III. Liste

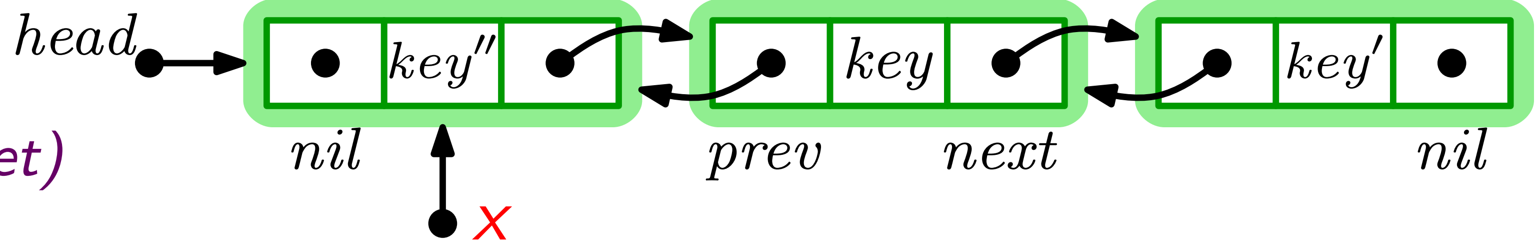
(doppelt verkettet)



Abs. Datentyp	Implementierung		
List()	$head = nil$	Item(key k, ptr p) $key = k$ $next = p$ $prev = nil$	Item key key ptr $prev$ ptr $next$ ptr $head$
ptr Search(key k) **Hausaufgabe:** Benutzen Sie *Stopper!*	$x = head$ **while** $x \neq nil$ **and** $x.key \neq k$ **do** $\llcorner$ $x = x.next$ **return** x		
ptr Insert(key k) **Aufgabe:** Implementieren Sie Delete(ptr x)	$x =$ **new** Item(k, $head$) ~~$x.key = k$; $x.prev = nil$; $x.next = head$~~ **if** $head \neq nil$ **then** $head.prev = x$ $head = x$; **return** x		

III. Liste

(doppelt verkettet)



Abs. Datentyp	Implementierung
List() $O(1)$ **Laufzeiten?**	$head = nil$ Item(key k, ptr p) $key = k$ $next = p$ $prev = nil$ Item: key key, ptr $prev$, ptr $next$ ptr $head$
ptr Search(key k) $O(n)$	$x = head$ **while** $x \neq nil$ **and** $x.key \neq k$ **do** ∟ $x = x.next$ **return** x
ptr Insert(key k) $O(1)$ Delete(ptr x) $O(1)$	$x =$ **new** Item(k, $head$) ~~$x.key = k$; $x.prev = nil$; $x.next = head$~~ **if** $head \neq nil$ **then** $head.prev = x$ $head = x$; **return** x

Von Pseudocode zu Javacode: (1) Item

```
public class Item {
    private Object key;
    private Item prev;
    private Item next;

    public Item(Object k, Item p) {
        key = k;
        next = p;
        prev = null;
    }

    public void setPrev(Item p)   { prev = p; }
    public void setNext(Item p)   { next = p; }

    public Item getPrev()         { return prev; }
    public Item getNext()         { return next; }

    public Object getKey()        { return key; }
}
```

Item(key k, ptr p)
$key = k$
$next = p$
$prev = nil$

Item
key key
ptr $prev$
ptr $next$

setter- und getter-Methoden

Von Pseudocode zu Javacode: (2) List

```java
public class List {
    private Item head;
    public List() {
        head = null;
    }
    public Item insert(Object k) {
        Item x = new Item(k, head);
        if (head != null) {
            head.setPrev(x);
        }
        head = x;
        return x;
    }
    public Item getHead() { return head; }
```

ptr $head$

List()
$head = nil$

ptr Insert(key k)
$x =$ **new** Item(k, $head$)
if $head \neq nil$ **then**
$head.prev = x$
$head = x$
return x

Von Pseudocode zu Javacode: (2) List

ptr Search(key k)

$x = head$
while $x \neq nil$ **and** $x.key \neq k$ **do**
$\quad x = x.next$
return x

```
public Item search(Object k) {
    Item x = head;
    while (x != null && x.getKey() != k) {
        x = x.getNext();
    }
    return x;
}
```

Von Pseudocode zu Javacode: (2) List

Delete(ptr x)

if $x.prev \neq nil$ **then** $x.prev.next = x.next$
else $head = x.next$
if $x.next \neq nil$ **then** $x.next.prev = x.prev$

```
public void delete(Item x) {
    if (x == null) System.out.println("Fehler!");
    Item prev = x.getPrev();
    Item next = x.getNext();
    if (prev != null) prev.setNext(next);
    else head = next;
    if (next != null) next.setPrev(prev);
}
}
```

Javacode: (3) Main

```
public class Listentest {
    public static void main(String[] args) {
        List myList = new List();

        myList.insert(new Integer(10));
        myList.insert(new Integer(16));

        System.out.println("Die Liste enthaelt:");
        for (Item it = myList.getHead(); it != null;
                    it = it.getNext()) {
            System.out.println((Integer) it.getKey());
        }
```

Was wird hier ausgegeben?

```
    }
}
```

Javacode: (3) Main

```
public class Listentest {
   public static void main(String[] args) {
      List myList = new List();

      myList.insert(new Integer(10));
      myList.insert(new Integer(16));

      System.out.println("Die Liste enthaelt:");
      for (Item it = myList.getHead(); it != null;
                  it = it.getNext()) {
         System.out.println((Integer) it.getKey());
      }

      Item it = myList.search(new Integer(16));
      myList.delete(it);
   }
}
```

```
Die Liste enthaelt:
16
10
Fehler!
```

Warum "Fehler!"?

Item.java

```
public Item search(Object k) {
    Item x = head;
    while (x != null && x.getKey() != k) {
        x = x.getNext();
    }
    return x;
}
```

Listentest.java

```
myList.insert(new Integer(16));
...
Item it = myList.search(new Integer(16));
myList.delete(it);
```

```
public void delete(Item x) {
    if (x == null) System.out.println("Fehler!");
    Item prev = x.getPrev();
    Item next = x.getNext();
    if (prev != null) prev.setNext(next);
    else head = next;
    if (next != null) next.setPrev(prev);
}
```

Warum "Fehler!"?

Item.java

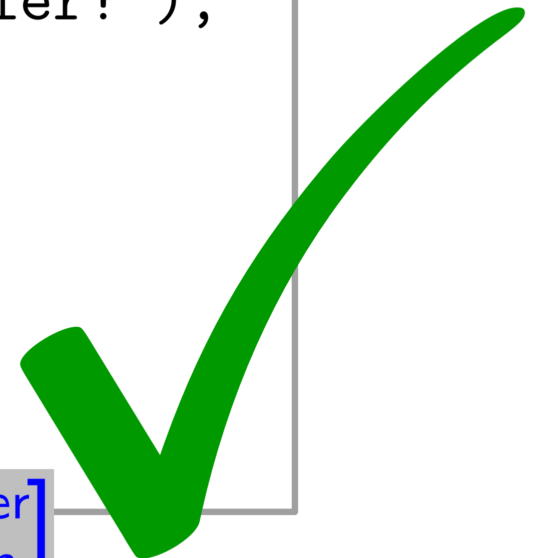
```
public Item search(Object k) {
    Item x = head;      !k.equals(x.getKey())
    while (x != null && x.getKey() != k) {
        x = x.getNext();
    }
    return x;
}
```

Listentest.java

```
myList.insert(new Integer(16));
...        gleiche Zahlen, aber verschiedene Objekte!
Item it = myList.search(new Integer(16));
myList.delete(it);
```

```
public void delete(Item x) {
    if (x == null) System.out.println("Fehler!");
    Item prev = x.getPrev();
    Item next = x.getNext();
    if (prev != null) prev.setNext(next);
    else head = next;
    if (next != null) next.setPrev(prev);
}
```

[Unschön: Klasse Item muss public sein, so dass Anwender und Bibliotheksklasse List darüber kommunizieren können.]



Übersicht Elementare Datenstrukturen

Operationen	Stapel	Schlange	Liste
Einfügen	Push()	Enqueue()	Insert()
– Einschränkung	nur oben	nur hinten	(nur vorne) beliebig
Entfernen	Pop()	Dequeue()	Delete()
– Einschränkung	nur oben	nur vorne	beliebig
weitere Oper. (außer Konstruktor und Empty())	Top()	Head() Tail()	Search()

Alle hier aufgelisteten Operationen außer Search() laufen in $O(1)$ *Zeit!*

Listen sind mächtiger als Stapel/Schlangen. Wozu also Stapel/Schlangen?