Telephone a Taxi

Problem F

Samluel Wolf, Yannick Pfeiffer

Seminar: Algorithmen für Programmierwettbewerbe

Problem

Problemstellung

Animation/Beispiel mit Erklärung des Problems (im Video)

Wichtige Details

- Das Taxi braucht eine gleiche konstate Zeit zwischen jeden zwei beliebigen Orten
- Das Taxi kann maximal ein mal benutzt werden
- Das Umsteigen benötigt keine Zeit
- Tim startet in Athen. Athen ist der Knoten 0

Input

$N \ P \ M \ G \ T$

$p_1 \ t_1$

$\vdots$

$p_i \ t_i$

$\vdots$

$p_P \ t_P$

$s_1 \ d_1 \ t_1$

$\vdots$

$s_i \ d_i \ t_i$

$\vdots$

$s_M \ d_M \ t_M$

- N $\triangleq$ Anzahl Städte $1 \leq N \leq 2 \cdot 10^4$
- P $\triangleq$ Anzahl Sehenswürdigkeiten $1 \leq P \leq 15$
- M $\triangleq$ Anzahl Verbindungen zwischen Städten $1 \leq M \leq 10^5$
- G $\triangleq$ Gesamte Zeit die Tim hat $1 \leq G \leq 10^5$
- T $\triangleq$ Zeit die das Taxi benötigt $1 \leq T \leq 500$
- Der Graph ist ungerichtet

- rötliche Elemente $\triangleq$ Zeiten

Output

$N\ P\ M\ G\ T$

$p_1\ t_1$

$\vdots$

$p_i\ t_i$

$\vdots$

$p_P\ t_P$

$s_1\ d_1\ t_1$

$\vdots$

$s_i\ d_i\ t_i$

$\vdots$

$s_M\ d_M\ t_M$

$$\xrightarrow{\text{solve}} \begin{cases} \text{possible without taxi} \\ \text{possible with taxi} \\ \text{impossible} \end{cases}$$

Beispiel

6 3 10 18 5

1 2

4 2

5 2

0 1 2

1 2 3

2 4 3

1 3 10

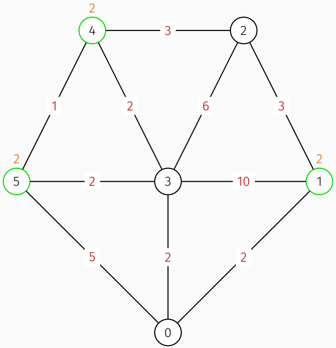
2 3 6

0 3 2

3 4 2

4 5 1

3 5 2



Beispiel

6 3 10 18 5

1 2

4 2

5 2

0 1 2

1 2 3

2 4 3

1 3 10

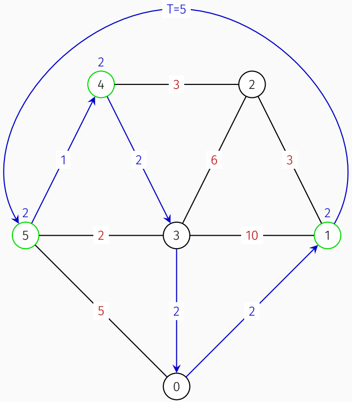
2 3 6

0 3 2

3 4 2

4 5 1

3 5 2



Beispiel

6 3 10 18 5

1 2

4 2

5 2

0 1 2

1 2 3

2 4 3

1 3 10

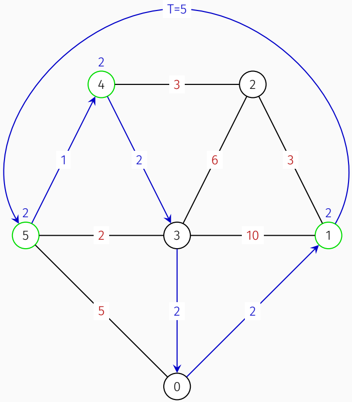
2 3 6

0 3 2

3 4 2

4 5 1

3 5 2



solve

possible
without taxi

Lösung

Idee

Beobachtung: Tim besucht nur die Sehenswürdigkeiten und Athen. Andere Städte werden nur zum Umsteigen benutzt (Tim verliert dort keine Zeit)

Idee

Beobachtung: Tim besucht nur die Sehenswürdigkeiten und Athen. Andere Städte werden nur zum Umsteigen benutzt (Tim verliert dort keine Zeit)

Idee: Reduktion des Graphen auf nur die Knoten Athen und $p_1 ... p_P$ der Sehenswürdigkeiten.
$\Rightarrow$ Reduktion von $N \leq 2 \cdot 10^4$ auf $P \leq 15$ Knoten.
$\Rightarrow$ Lösen des Problems auf neuem Graphen mit nur maximal 15 Knoten.

Reduktion

Reduktion mithilfe von Dijkstra:

- Finde für jeden Knoten p_i die kürzesten Wege von p_i zu jedem andren p_j mit Dijkstra.
- Erstelle neuen Graphen mit diesen kürzesten Wegen

Reduktion

Reduktion mithilfe von Dijkstra:

- Finde für jeden Knoten p_i die kürzesten Wege von p_i zu jedem andren p_j mit Dijkstra.
- Erstelle neuen Graphen mit diesen kürzesten Wegen

Reduktion::

```
reducedGraph = new int[P+1][P+1];
i, j = 0;
foreach s in places do
    shortestPaths = dijkstra(adj, s);
    foreach d in places do
        reducedGraph[i][j++] = shortestPaths[d];
    i++;
    j = 0;
```

Lösen des Problems

Finde optimale Tour mit oder ohne Taxi auf reduziertem Graphen:

- TSP Tour zu finden ist immer aufwendig
- Brute Force? $P \leq 15 \Rightarrow 15! = 1.307.674.368.000$

Lösen des Problems

Finde optimale Tour mit oder ohne Taxi auf reduziertem Graphen:

- TSP Tour zu finden ist immer aufwendig
- Brute Force? $P \leq 15 \Rightarrow 15! = 1.307.674.368.000$

$\Rightarrow$ ein dynamisches Programm ($15^2 \cdot 2^{15} = 7.372.800$)

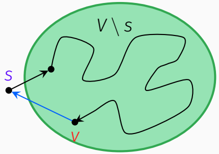
Bellman-Held-Karp

gegeben: $G = (V, E)$ und Kostenfunktion $c : V \times V \to \mathbb{R}_0^+$
gesucht: Kosten einer optimalen TSP Tour OPT in G

Bellman-Held-Karp

gegeben: $G = (V, E)$ und Kostenfunktion $c : V \times V \to \mathbb{R}_0^+$
gesucht: Kosten einer optimalen TSP Tour OPT in G

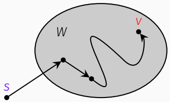
Wir beginnen bei einem beliebigen Startknoten $s \in V$.



gegeben: $G = (V, E)$ und Kostenfunktion $c : V \times V \to \mathbb{R}_0^+$
gesucht: Kosten einer optimalen TSP Tour OPT in G

Wir beginnen bei einem beliebigen Startknoten $s \in V$.
Für jede Teilmenge $W \subseteq V \setminus s$ und $v \in W$ definieren wir:

$OPT[W, v]$ = Länge eines kürzesten s-v-Weges, der genau alle Knoten aus $W \cup \{s\}$ besucht

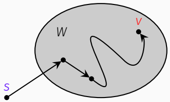


Bellman-Held-Karp

gegeben: $G = (V, E)$ und Kostenfunktion $c : V \times V \to \mathbb{R}_0^+$
gesucht: Kosten einer optimalen TSP Tour OPT in G

Wir beginnen bei einem beliebigen Startknoten $s \in V$.
Für jede Teilmenge $W \subseteq V \setminus s$ und $v \in W$ definieren wir:

$$OPT[W, v] = \text{Länge eines kürzesten } s\text{-}v\text{-Weges, der}$$
$$\text{genau alle Knoten aus } W \cup \{s\} \text{ besucht}$$

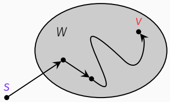


Base case: falls $W = \{v\}$, so ist $OPT[W, v] = c(s, v)$

gegeben: $G = (V, E)$ und Kostenfunktion $c : V \times V \to \mathbb{R}_0^+$
gesucht: Kosten einer optimalen TSP Tour OPT in G

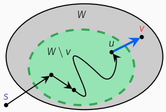
Wir beginnen bei einem beliebigen Startknoten $s \in V$.
Für jede Teilmenge $W \subseteq V \setminus s$ und $v \in W$ definieren wir:

$OPT[W, v]$ = Länge eines kürzesten s-v-Weges, der genau alle Knoten aus $W \cup \{s\}$ besucht



Base case: falls $W = \{v\}$, so ist $OPT[W, v] = c(s, v)$
Rekursion: für $|W| \geq 2$ und $v \neq s$

$$OPT[W, v] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u] + c(u, v)\}$$

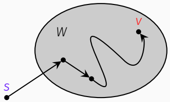


Bellman-Held-Karp

gegeben: $G = (V, E)$ und Kostenfunktion $c : V \times V \to \mathbb{R}_0^+$
gesucht: Kosten einer optimalen TSP Tour OPT in G

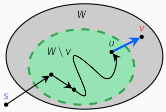
Wir beginnen bei einem beliebigen Startknoten $s \in V$.
Für jede Teilmenge $W \subseteq V \setminus s$ und $v \in W$ definieren wir:

$$OPT[W, v] = \text{Länge eines kürzesten } s\text{-}v\text{-Weges, der}$$
$$\text{genau alle Knoten aus } W \cup \{s\} \text{ besucht}$$



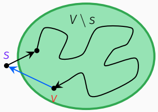
Base case: falls $W = \{v\}$, so ist $OPT[W, v] = c(s, v)$
Rekursion: für $|W| \geq 2$ und $v \neq s$

$$OPT[W, v] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u] + c(u, v)\}$$



Lösung:

$$OPT = \min_{v \in V \setminus \{s\}} \{OPT[V \setminus \{s\}, v] + c(v, s)\}$$



Wie beziehen wir das Taxi mitein? I

Wir dürfen während unserer Rundreise **einmalig** ein Taxi benutzen, das uns von v_i nach v_j in der Zeit T bringt

Wie beziehen wir das Taxi mitein? I

Wir dürfen während unserer Rundreise **einmalig** ein Taxi benutzen, das uns von v_i nach v_j in der Zeit T bringt

$\Rightarrow$ Wir stehen bei jeder Lösung eines Teilproblems vor der Wahl: Nehmen wir ein Taxi oder nicht?

Wie beziehen wir das Taxi mitein? I

Wir dürfen während unserer Rundreise **einmalig** ein Taxi benutzen, das uns von v_i nach v_j in der Zeit T bringt

$\Rightarrow$ Wir stehen bei jeder Lösung eines Teilproblems vor der Wahl: Nehmen wir ein Taxi oder nicht?

$\Rightarrow$ zusätzliche Dimension!

Wie beziehen wir das Taxi mitein? I

Wir dürfen während unserer Rundreise **einmalig** ein Taxi benutzen, das uns von v_i nach v_j in der Zeit T bringt

$\Rightarrow$ Wir stehen bei jeder Lösung eines Teilproblems vor der Wahl: Nehmen wir ein Taxi oder nicht?

$\Rightarrow$ zusätzliche Dimension!

Wähle kein Taxi (0): Berechnung wie bei Bellman-Held-Karp

$$OPT[W, v, 0] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + c(u, v)\}$$

Wie beziehen wir das Taxi mitein? I

Wir dürfen während unserer Rundreise **einmalig** ein Taxi benutzen, das uns von v_i nach v_j in der Zeit T bringt

$\Rightarrow$ Wir stehen bei jeder Lösung eines Teilproblems vor der Wahl: Nehmen wir ein Taxi oder nicht?

$\Rightarrow$ zusätzliche Dimension!

Wähle kein Taxi (0): Berechnung wie bei Bellman-Held-Karp

$$OPT[W, v, 0] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + c(u, v)\}$$

Wähle Taxi (1):

Wie beziehen wir das Taxi mitein? I

Wir dürfen während unserer Rundreise **einmalig** ein Taxi benutzen, das uns von v_i nach v_j in der Zeit T bringt

$\Rightarrow$ Wir stehen bei jeder Lösung eines Teilproblems vor der Wahl: Nehmen wir ein Taxi oder nicht?

$\Rightarrow$ zusätzliche Dimension!

Wähle kein Taxi (0): Berechnung wie bei Bellman-Held-Karp

$$OPT[W, v, 0] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + c(u, v)\}$$

Wähle Taxi (1):

Fall 1: Wähle das Taxi für die Fahrt von u nach v

Wie beziehen wir das Taxi mitein? I

Wir dürfen während unserer Rundreise **einmalig** ein Taxi benutzen, das uns von v_i nach v_j in der Zeit T bringt

$\Rightarrow$ Wir stehen bei jeder Lösung eines Teilproblems vor der Wahl: Nehmen wir ein Taxi oder nicht?

$\Rightarrow$ zusätzliche Dimension!

Wähle kein Taxi (0): Berechnung wie bei Bellman-Held-Karp

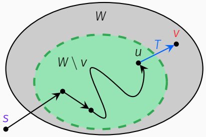
$$OPT[W, v, 0] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + c(u, v)\}$$

Wähle Taxi (1):

Fall 1: Wähle das Taxi für die Fahrt von u nach v

Fall 2: Benutze einen kürzesten Pfad, der bereits eine Taxifahrt enthält und fahre normal von u nach v

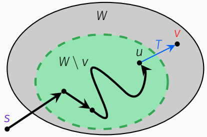
Fall 1: Wähle das Taxi für die Fahrt von u nach v



Wie beziehen wir das Taxi mitein? II

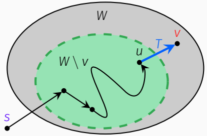
Fall 1: Wähle das Taxi für die Fahrt von u nach v

$OPT'[W, v, 1] =$ optimaler s-u-Weg ohne Taxi



Fall 1: Wähle das Taxi für die Fahrt von u nach v

$OPT'[W, v, 1] =$ optimaler s-u-Weg ohne Taxi + Zeit T,
die das Taxi benötigt

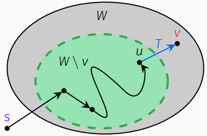


Wie beziehen wir das Taxi mitein? II

Fall 1: Wähle das Taxi für die Fahrt von u nach v

$$OPT'[W, v, 1] = \text{optimaler } s\text{-}u\text{-Weg ohne Taxi} + \text{Zeit } T, \text{ die das Taxi benötigt}$$

$$OPT'[W, v, 1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + T\}$$

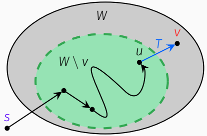


Wie beziehen wir das Taxi mitein? II

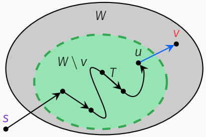
Fall 1: Wähle das Taxi für die Fahrt von u nach v

$OPT'[W, v, 1]$ = optimaler s-u-Weg ohne Taxi + Zeit T,
die das Taxi benötigt

$$OPT'[W, v, 1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + T\}$$



Fall 2: Benutze einen kürzesten Pfad, der bereits eine Taxifahrt enthält

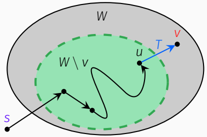


Wie beziehen wir das Taxi mitein? II

Fall 1: Wähle das Taxi für die Fahrt von u nach v

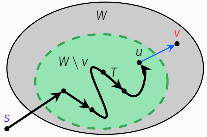
$$OPT'[W, v, 1] = \text{optimaler } s\text{-}u\text{-Weg ohne Taxi} + \text{Zeit } T, \text{ die das Taxi benötigt}$$

$$OPT'[W, v, 1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + T\}$$



Fall 2: Benutze einen kürzesten Pfad, der bereits eine Taxifahrt enthält

$$OPT''[W, v, 1] = \text{optimaler } s\text{-}u\text{-Weg mit Taxi}$$

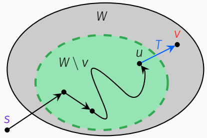


Wie beziehen wir das Taxi mitein? II

Fall 1: Wähle das Taxi für die Fahrt von u nach v

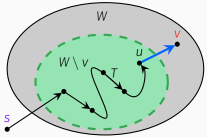
$OPT'[W, v, 1] =$ optimaler s-u-Weg ohne Taxi + Zeit T, die das Taxi benötigt

$OPT'[W, v, 1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + T\}$



Fall 2: Benutze einen kürzesten Pfad, der bereits eine Taxifahrt enthält

$OPT''[W, v, 1] =$ optimaler s-u-Weg mit Taxi + Zeit $c(u, v)$, die man von u nach v benötigt

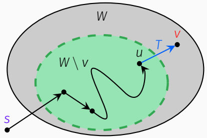


Wie beziehen wir das Taxi mitein? II

Fall 1: Wähle das Taxi für die Fahrt von u nach v

$OPT'[W, v, 1] =$ optimaler s-u-Weg ohne Taxi + Zeit T,
die das Taxi benötigt

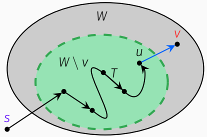
$$OPT'[W, v, 1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + T\}$$



Fall 2: Benutze einen kürzesten Pfad, der bereits eine Taxifahrt enthält

$OPT''[W, v, 1] =$ optimaler s-u-Weg mit Taxi + Zeit
$c(u, v)$, die man von u nach v benötigt

$$OPT''[W, v, 1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 1] + c(u, v)\}$$

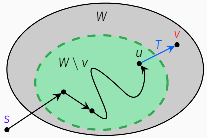


Wie beziehen wir das Taxi mitein? II

Fall 1: Wähle das Taxi für die Fahrt von u nach v

$OPT'[W, v, 1] =$ optimaler s-u-Weg ohne Taxi + Zeit T, die das Taxi benötigt

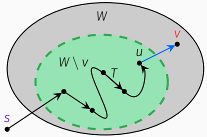
$$OPT'[W, v, 1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + T\}$$



Fall 2: Benutze einen kürzesten Pfad, der bereits eine Taxifahrt enthält

$OPT''[W, v, 1] =$ optimaler s-u-Weg mit Taxi + Zeit $c(u, v)$, die man von u nach v benötigt

$$OPT''[W, v, 1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 1] + c(u, v)\}$$

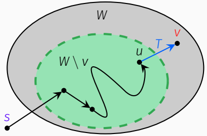


Wie beziehen wir das Taxi mitein? II

Fall 1: Wähle das Taxi für die Fahrt von u nach v

$$OPT'[W, v, 1] = \text{optimaler } s\text{-}u\text{-Weg ohne Taxi} + \text{Zeit } T, \text{ die das Taxi benötigt}$$

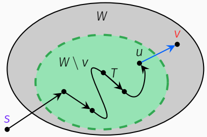
$$OPT'[W, v, 1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + T\}$$



Fall 2: Benutze einen kürzesten Pfad, der bereits eine Taxifahrt enthält

$$OPT''[W, v, 1] = \text{optimaler } s\text{-}u\text{-Weg mit Taxi} + \text{Zeit } c(u, v)\text{, die man von } u \text{ nach } v \text{ benötigt}$$

$$OPT''[W, v, 1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 1] + c(u, v)\}$$



$$\Rightarrow OPT[W, v, 1] = \min\{OPT'[W, v, 1], OPT''[W, v, 1]\}$$
$$= \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + T, OPT[W \setminus v, u, 1] + c(u, v)\}$$

Wie beziehn wir das Taxi mitein? III

Base cases:

$$OPT[\{v\}, v, 0] = c(s, v)$$
$$OPT[\{v\}, v, 1] = T$$

Wie beziehn wir das Taxi mitein? III

Base cases:

$$OPT[\{v\}, v, 0] = c(s, v)$$
$$OPT[\{v\}, v, 1] = T$$

Lösung: analog zu Bellman-Held-Karp

Korrektheit

$$OPT[W, v, 0] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + c(u, v)\}$$

$$OPT[W, v, 1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 1] + c(u, v), OPT[W \setminus v, u, 0] + T\}$$

Korrektheit

$$OPT[W, v, 0] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + c(u, v)\}$$

$$OPT[W, v, 1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 1] + c(u, v), OPT[W \setminus v, u, 0] + T\}$$

Erinnerung: gesucht ist eine optimale Lösung die maximal ein Taxi benutzt

Korrektheit

$$OPT[W, v, 0] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + c(u, v)\}$$

$$OPT[W, v, 1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 1] + c(u, v), OPT[W \setminus v, u, 0] + T\}$$

Erinnerung: gesucht ist eine optimale Lösung die maximal ein Taxi benutzt

- Ist mehr als eine Taxifahrt möglich?

Korrektheit

$$OPT[W, v, 0] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + c(u, v)\} \quad \checkmark$$

$$OPT[W, v, 1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 1] + c(u, v), OPT[W \setminus v, u, 0] + T\}$$

Erinnerung: gesucht ist eine optimale Lösung die maximal ein Taxi benutzt

- Ist mehr als eine Taxifahrt möglich?

Korrektheit

$$OPT[W, v, 0] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + c(u, v)\} \quad \checkmark$$

$$OPT[W, v, 1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 1] + c(u, v), OPT[W \setminus v, u, 0] + T\}$$

Erinnerung: gesucht ist eine optimale Lösung die maximal ein Taxi benutzt

- Ist mehr als eine Taxifahrt möglich?

Korrektheit

$$OPT[W,v,0] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + c(u,v)\} \quad \checkmark$$

$$OPT[W,v,1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 1] + c(u,v), OPT[W \setminus v, u, 0] + T\}$$

Erinnerung: gesucht ist eine optimale Lösung die maximal ein Taxi benutzt

- Ist mehr als eine Taxifahrt möglich?

Korrektheit

$$OPT[W, v, 0] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + c(u, v)\} \quad \checkmark$$

$$OPT[W, v, 1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 1] + c(u, v), OPT[W \setminus v, u, 0] + T\} \quad \checkmark$$

Erinnerung: gesucht ist eine optimale Lösung die maximal ein Taxi benutzt

- Ist mehr als eine Taxifahrt möglich? Nein!

Korrektheit

$$OPT[W, v, 0] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 0] + c(u, v)\} \quad \checkmark$$

$$OPT[W, v, 1] = \min_{u \in W \setminus \{v\}} \{OPT[W \setminus v, u, 1] + c(u, v), OPT[W \setminus v, u, 0] + T\} \quad \checkmark$$

Erinnerung: gesucht ist eine optimale Lösung die maximal ein Taxi benutzt

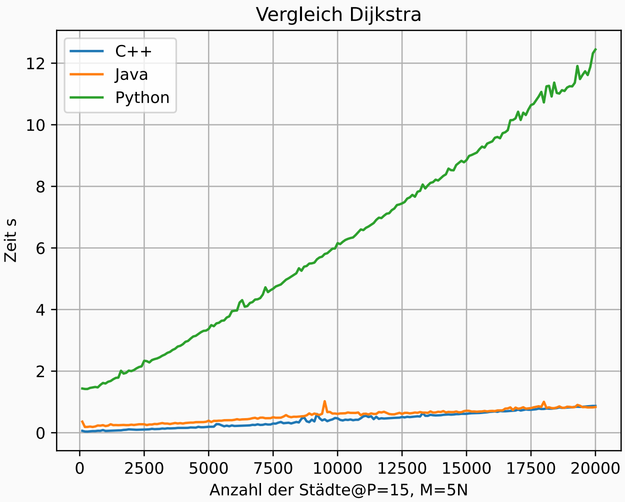
- Ist mehr als eine Taxifahrt möglich? Nein!
- Finden der optimalen Zeit folgt aus Bellman-Held-Karp

Komplexität der Lösung

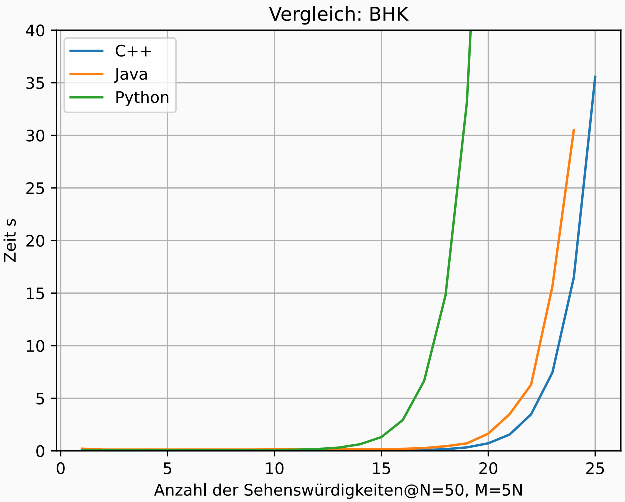
Laufzeit

$$\begin{aligned} &\mathcal{O}(P \cdot \text{Dijkstra}) + \mathcal{O}(\text{Bellman-Held-Karp}) \\ = &\mathcal{O}(P \cdot (N + M) \cdot \log(N)) + \mathcal{O}(P^2 \cdot 2^P) \end{aligned}$$

Vergleich - Dijkstra



Vergleich - Bellman-Held-Karp



Tipps & Tricks

Tipps & Tricks

- Wählt eine gute Repräsentation der möglichen Teilmengen W.
  $\Rightarrow$ bits!

Tipps & Tricks

- Wählt eine gute Repräsentation der möglichen Teilmengen W.
  $\Rightarrow$ bits!
- Die Verweilzeiten bei den Sehenswürdigkeiten ist nur als Summe interessant (nicht relevant für Dijkstra oder Bellman-Held-Karp)!

Tipps & Tricks

- Wählt eine gute Repräsentation der möglichen Teilmengen W.
  $\Rightarrow$ bits!
- Die Verweilzeiten bei den Sehenswürdigkeiten ist nur als Summe interessant (nicht relevant für Dijkstra oder Bellman-Held-Karp)!
- Ihr könnt die Tabelle für den modifizierten Bellman-Held-Karp Algorithmus als eine einzelne Tabele $OPT[W, v, 0/1]$ oder als zwei Tabellen $OPT_T[W, v]$, $OPT_{NT}[W, v]$ implementieren

Alles auf einen Blick

$N\ P\ M\ G\ T$

$p_1\ t_1$

$\vdots$

$p_i\ t_i$

$\vdots$

$p_P\ t_P$

$s_1\ d_1\ t_1$

$\vdots$

$s_i\ d_i\ t_i$

$\vdots$

$s_M\ d_M\ t_M$

- $N \triangleq$ Anzahl Städte $1 \leq N \leq 2 \cdot 10^4$
- $P \triangleq$ Anzahl Sehenswürdigkeiten $1 \leq P \leq 15$
- $M \triangleq$ Anzahl Verbindungen zwischen Städten $1 \leq M \leq 10^5$
- $G \triangleq$ Gesamte Zeit die Tim hat $1 \leq G \leq 10^5$
- $T \triangleq$ Zeit die das Taxi benötigt $1 \leq T \leq 500$
- Der Graph ist ungerichtet

Einlesen

Reduktion:

```
reducedGraph = new int[P+1][P+1];
i,j = 0;
foreach s in places do
    shortestPaths = dijkstra(adj, s);
    foreach d in places do
        reducedGraph[i][j++] = shortestPaths[d];
    i++;
    j = 0;
```

Vereinfachen

$$OPT[W, v_i, 0] = \min_{u \in W\{v_i\}} \{OPT[W \setminus v_i, u, 0] + c(u, v_i)\}$$

$$OPT[W, v_i, 1] = \min_{u \in W\{v_i\}} \{OPT[W \setminus v_i, u, 1] + c(u, v_i),\ OPT[W \setminus v_i, u, 0] + T\}$$

Lösen

possible without taxi
possible with taxi
impossible