

4. Präsenzübungsblatt zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen (Winter 2019/20)

Aufgabe 1 – Aussagen zur O-Notation

Nehmen Sie kurz zu den folgenden Aussagen über einen fiktiven Algorithmus Stellung. Welche Aussagen sind möglicherweise sinnvoll und welche Aussagen sind in sich widersprüchlich oder nichtssagend? Begründen Sie Ihre Antwort.

- a) Der Algorithmus hat im besten Fall eine Laufzeit von $\Theta(n)$ und im schlechtesten Fall eine Laufzeit von $\Theta(n^2)$.
- b) Der Algorithmus hat im besten Fall eine Laufzeit von $\Omega(n)$ und im schlechtesten Fall eine Laufzeit von $O(n^2)$.
- c) Der Algorithmus hat im besten Fall eine Laufzeit von $\Omega(n^2)$ und im schlechtesten Fall eine Laufzeit von $O(n)$.
- d) Die Laufzeit des Algorithmus ist $O(n)$ und $\Omega(n^2)$.
- e) Die Laufzeit des Algorithmus ist $\Omega(n)$ und $O(n^2)$.
- f) Die Laufzeit des Algorithmus ist entweder $O(n^2)$ oder höher.
- g) Der Algorithmus sortiert Folgen von bis zu 100 Zahlen mit einer Laufzeit von $\Theta(n \log n)$.
- h) Die Laufzeit des Algorithmus ist $o(n)$ und $\omega(n)$.

Aufgabe 2 – Binär hochzählen

Die Datenstruktur D enthält eine einzige natürliche Zahl Z in Binärdarstellung (zu Beginn ist $Z = 0$) und stellt lediglich die Methode `Increment` zur Verfügung, die Z um Eins erhöht. Die Laufzeit der Methode entspricht dabei der Anzahl der Bits, die sich in Z durch die Erhöhung um Eins ändern.

Zeigen Sie, dass die *amortisierte* Laufzeit von `Increment` in $O(1)$ ist!

Aufgabe 3 – Spezialsuche

Gegeben sei ein Feld $A[1..k]$ mit ganzen Zahlen, für die $A[1] < A[2] < \dots < A[k]$ gilt. Geben Sie in Worten und im Pseudocode einen Algorithmus an, der ermittelt, ob es eine Zahl $j \in \{1, \dots, k\}$ mit $A[j] = j$ gibt. Die Worst-Case Laufzeit Ihres Algorithmus soll $\Theta(\log k)$ sein.

Hinweis: Finden Sie ein geeignetes, leicht zu berechnendes Kriterium, um damit den gesuchten Index zu suchen. Bedenken Sie auch die besondere Struktur von A .

Diese Aufgaben werden eventuell gemeinsam in den Übungen am 4. und 5. Februar 2020 gelöst. Sie brauchen Sie nicht vorher zu lösen und auch nicht abzugeben.